ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502799031239

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ политология	☐ русский язык
	☐ социология	☐ физика	☐ химия
	☐ филология		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ФЕДОРЕЕВ

Имя МИХАИЛ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 15 05 2004

Город участия НИЖНИЙ ТАГИЛ

Аудитория 124

Телефон 89025010130

Дата 26 02 2022 **Подпись** [signature]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502799031239

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	18	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	18	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 38

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

~~Во первых~~ Для начала определим все простые числа, которые могли получиться при сложении пар. Это числа: 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23.

Рассмотрим как эти простые числа могли получиться:

23: • 12+11

19: • 12+7 • 11+8 • 10+9

17: • 12+5 • 11+6 • 10+7 • 9+8

13: • 12+1 • 11+2 • 10+3 • 9+4 • 8+5 • 7+6

11: • 10+1 • 9+2 • 8+3 • 7+4 • 6+5

7: • 6+1 • 5+2 • 4+3

5: • 4+1 • 3+2

3: • 1+2

Заметим, что каждое число от 1 до 12 будет участвовать в 4 суммах (2 и 1 участвуют в 6 суммах) (с 4 различными числами): Рассмотрим числа 12 и 6: оба этих числа в сумме дают простое с одинаковыми числами. (1; 5; 7, 11). Обратим внимание на следующую ~~также~~ расстановку:

k_2 12 k_1

k_4 — — k_3

k_1, k_2, k_3, k_4 – числа 1, 5, 7, 11 ~~не~~ ~~упорядо~~ в случайном порядке.

(Это условие при котором все суммы пар чисел в которых участвует 12 простые.) +

Но из рассуждений выше мы знаем, что для 6 набор чисел такой же, значит 6 должно стоять между k_2 и k_4 или k_1 и k_3, но в любой из этих ситуаций 6 не сможет участвовать во всех 4 парах. ~~Значит в сумме~~ А с другими числами в сумме 6 даст не простое число. Условие задачи не выполняется.

Ответ: не могло +

~~Задание 5.~~
~~Чтобы $\frac{p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}}$ было натуральным нужно:~~
~~$p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2$~~

Задание 5.

Посмотрим что хорошего можно сказать, если $\frac{p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}}$ - натуральное.

1) $p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2 > 0$ ($p_i + p_{i+1}$ всегда больше 0)

2) $p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2 \geq p_i + p_{i+1}$ (иначе дробь < 1)

Заметим, что если найдётся такая тройка $p_i; p_{i+1}; p_{i+2}$, что $p_i \leq p_{i+1} \leq p_{i+2}$, то мы проиграли ~~т.к. условие~~ т.к $p_i \cdot p_{i+1} - p_{i+2}^2 \leq 0$. Соответственно такой тройки найтись не должно. +

Если все числа расположены в порядке убывания, то ~~все~~ $p_{n-2}; p_{n-1}; p_n$ будут числами 5; 3; 2 соответственно, и для них ~~же~~ дробь будет не натуральной $\left(\frac{11}{8}\right)$ +

Тогда найдётся хотя бы одна из 4 расстановок тройки:

1) $\begin{cases} p_i > p_{i+1} \\ p_{i+1} < p_{i+2} \\ p_i < p_{i+2} \end{cases}$ в этом случае $p_{i+2}^2 \geq p_i \cdot p_{i+1}$ п. 1 не выполнится. Такой тройки допускать нельзя

2) $\begin{cases} p_i > p_{i+1} \\ p_{i+1} < p_{i+2} \\ p_i > p_{i+2} \end{cases}$ 3) $\begin{cases} p_i < p_{i+1} \\ p_{i+1} > p_{i+2} \\ p_i > p_{i+2} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} p_i < p_{i+1} \\ p_{i+1} > p_{i+2} \\ p_i < p_{i+2} \end{cases}$

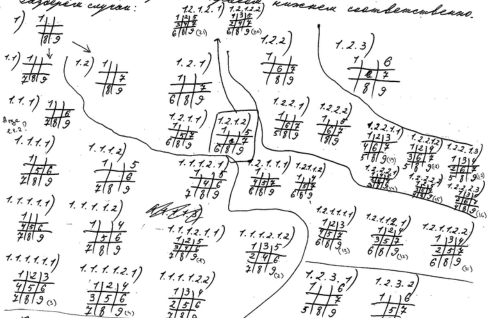
p_{i+2} меньше хотя бы одного из 2 предшествующих: $p_{i+2} < \max(p_i; p_{i+1})$, аналогично $p_{i+3} < \max(p_{i+1}; p_{i+2})$ и т.д.

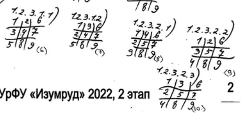
Таким образом числа в последовательности будут уменьшаться, но все простые числа натуральны, значит когда-то уменьшение будет невозможно. Противоречие т.к. множество простых чисел бесконечно.

Ответ: не может.

Если начнем строить последовательность с конца, то в конец ставим самые маленькие, а перед ними такую пару p_i, p_{i+1}, что $\max(p_i, p_{i+1}) > p_{i+2}$. Тогда всё работает.

Задание 2. Очевидно, что числа 1 и 9 будут стоять в левом верхнем углу и в правом нижнем соответственно.
Разберём случаи:





В п. 1 ~~[illegible]~~ 22 способа. Я нашла только 21 способ

В п. 2 (1 / 8 9) будет столько же т.к. ситуации симметричны.

Ответ: ~~[illegible]~~ 44

Задание 3.

$x^2+2\cdot]x[= 6$

$2\cdot]x[$ - целое, значит x^2 тоже целое

Подбором найдём 2 корня. И каким же подбором нашлись такие значения?

$x_1=\sqrt{3}$

$x_2=-\sqrt{14}$

Многочлен 2 степени, значит имеет не больше 2 решений.

Это не многочлен

1) $x_1=\sqrt{3}$

$3+2\cdot(1{,}5)=6$ ✓

2) $x_2=-\sqrt{14}$

$14+2\cdot(-4)=6$ ✓