ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502568016228

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ политология	☐ русский язык
	☐ социология	☐ физика	☐ химия
	☐ филология		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия МИЛКОВА

Имя КСЕНИЯ

Отчество АНДРЕЕВНА

Дата рождения 30 09 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 425

Телефон 9615732702

Дата 26 02 2022 **Подпись** Ак

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502568016228

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	00	00	00	00					
Балл члена жюри №2	20	0	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 20

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

Чтобы в трехзначном числе все цифры были различны и расположены в порядке возрастания, последняя цифра в числе должна быть не меньше 3 ✓

Любое трехзначное число при возведении в квадрат станет как минимум пятизначным. Значит, чтобы цифры были различны и располагались в порядке возрастания в этом числе, последняя цифра должна быть не менее 5 ✓

При возведении трехзначного числа в куб число станет минимум семизначным, значит, последняя цифра этого семизначного числа должна быть не менее 7, чтобы удовлетворять условиям (все цифры различны и расположены в порядке возрастания) ✓

Пусть последняя цифра трехзначного числа - это X, последняя цифра ~~его~~ пятизначного числа - y, а семизначного - t.

1) Если $x=1$, то при возведении в квадрат $y=1$, а при возведении в куб $t=1$
2) Если $x=2$, то $y=4$, $t=8$
3) Если $x=3$, то $y=9$, $t=7$
4) Если $x=4$, то $y=6$, $t=4$
5) Если $x=5$, то $y=5$, $t=5$
6) Если $x=6$, то $y=6$, $t=6$
7) Если $x=7$, то $y=9$, $t=3$
8) Если $x=8$, то $y=4$, $t=2$
9) Если $x=9$, то $y=1$, $t=9$

Под условия, описанные выше, подходит только 3-ий вариант ($y \geq 5$, $t \geq 7$)

Единственное трехзначное число, в котором все цифры различны и располагаются в порядке возрастания, с цифрой 3 в конце это 123

$123^2 = 15129$

$123^3 = 1860867$

Но цифры в этом числе повторяются и не располагаются в порядке возрастания, значит, трехзначного числа, соответствующего условиям, не существует.

Ответ: нет.

+

Задание 4

d_m - наименьший натуральный делитель m, $d_m \neq 1$
D_m - наибольший натуральный делитель m, $D_m \neq m$

d_n - наименьший натуральный делитель n, $d_n \neq 1$
D_n - наибольший натуральный делитель n, $D_n \neq n$

$$\left.\begin{aligned} d_m + D_m &= n \\ d_n + D_n &= m \\ d_m \cdot D_m &= m \\ d_n \cdot D_n &= n \end{aligned}\right\} \text{ значит, } \begin{cases} d_m + D_m = d_n \cdot D_n \\ d_n + D_n = d_m \cdot D_m \end{cases}$$

конт: $2+2 \not< 2\cdot 2$, $1+3 \not< 1\cdot 3$ и т.д.

Сумма любых натуральных чисел будет меньше их произведения:

$d_m + D_m < d_m \cdot D_m$, а т.к. $d_m + D_m = d_n \cdot D_n$ и $d_n + D_n = d_m \cdot D_m$, то

$d_n \cdot D_n < d_n + D_n$, но это противоречит высказыванию, значит родственных чисел нет

или доказано, что сум и пр не могут оба быть составными

Задание 5

$a+b+c=1$ и $a>0$, $b>0$, $c>0$, значит, $0<a<1$, $0<b<1$, $0<c<1$

$$\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1}$$

$$\left.\begin{aligned} a+1 &= 1,\dots \\ b+1 &= 1,\dots \\ c+1 &= 1,\dots \end{aligned}\right\}$$ Чтобы произведение данных чисел было большим, цифры после запятой должны быть близки друг другу, например 2,3,4,5

?? почему. их сумма 1.

при $a=0{,}2$, $b=0{,}3$, $c=0{,}5$: $\frac{(0{,}2+1)(0{,}3+1)(0{,}5+1)}{0{,}2\cdot 0{,}3\cdot 0{,}5+1} = \frac{1{,}2\cdot 1{,}3\cdot 1{,}5}{0{,}03+1} = \frac{2{,}34}{1{,}03} = \frac{234}{103} = 2\frac{28}{103} \approx 2{,}0207\dots$

при $a=0{,}1$, $b=0{,}4$, $c=0{,}5$: $\frac{1{,}1\cdot 1{,}4\cdot 1{,}5}{1{,}02} = \frac{2{,}31}{1{,}02} = \frac{231}{102} = 2\frac{27}{102} \approx 2{,}0206\dots$

при $a=0{,}25$, $b=0{,}35$, $c=0{,}4$: $\frac{1{,}25\cdot 1{,}35\cdot 1{,}4}{0{,}035+1} = \frac{2{,}3625}{1{,}035} = \frac{2362{,}5}{1035} = \frac{23625}{10350} =$

$= 2\frac{2925}{10350} \approx 2{,}208\dots$ - данное число наибольшее

где доказ-во

$2\frac{2925}{10350} = 2\frac{117}{414}$

Ответ: $2\frac{117}{414}$

Бланк ответов

Бланк ответов