ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502718010551

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия	ГАЙНТДИНОВА
Имя	ИРИНА
Отчество	ВЛАДИМИРОВНА
Дата рождения	17 11 2006
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	317
Телефон	+79826346490

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502718010551

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ политология ☐ русский язык ☐ социология ☐ физика ☐ химия ☐ филология

Класс ☐ 8 ☑ 9 ☐ 10 ☐ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	3	20	20	0					
Балл члена жюри №2	0	3	20	20	0					

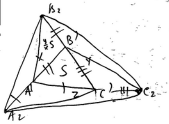
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

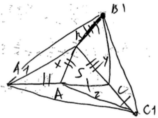
Итоговый балл 43

Подпись члена жюри №1 [signature] **Подпись члена жюри №2** [signature]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 4





Решение:

1) Соединим A_2C_2; A_2, B_2; B_2, C_2; A_1, B_1; B_1, C_1; C_1, A_1

2) т.к $\triangle A'B'C' = \triangle ABC \Rightarrow$ их площади равны.

Обозначим $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'} = S$

Стороны треугольников обозначим:

$A'B' = AB = x$

$B'C' = BC = y$

$A'C' = AC = z$

3) Соединим A' и B_2, B' и C_2, C' и A_2; A и C_1, B_1 и C, A_1 и B

4) Выразим площади оставшихся △ через площадь S.

5) $\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle A'B'B_2}} = \frac{y}{x} \Rightarrow S_{\triangle A'B'B_2} = \frac{x}{y} S$

Аналогично для $\triangle B'C'C_2$ и $\triangle A'C'A_2 \rightarrow S_{\triangle B'C'C_2} = \frac{y}{z} S$

$S_{\triangle A'C'A_2} = \frac{z}{x} S$

Аналогично для $\triangle A_1AB$, $\triangle BCB_1$; ACC_1

$S_{\triangle A_1AB} = \frac{x}{z} S$

$S_{\triangle ACC_1} = \frac{z}{y} S$

$S_{\triangle BB_1C} = \frac{y}{x} S$

Из полученных площадей выразим аналогичным образом площади $\triangle A_1AC_1$, $\triangle B_1CC_1$, $\triangle A_1BB_1$, $\triangle A_2C'C_2$, $\triangle B_2B'C_2$, $\triangle A_2A'B_2$

$$S_{\triangle A_1AC_1} = \frac{x}{y}S$$
$$S_{\triangle B_1CC_1} = \frac{z}{x}S$$
$$S_{\triangle A_1BB_1} = \frac{y}{z}S$$
$$S_{\triangle A_2C'C_2} = \frac{y}{x}S$$
$$S_{\triangle B_2B'C_2} = \frac{x}{z}S$$
$$S_{\triangle A_2A'B_2} = \frac{z}{y}S$$

Рассмотрим общую площадь $\triangle A_2B_2C_2$ и $A_1B_1C_1$

$$S_{\triangle A_2B_2C_2} = S + \frac{y}{x}S + \frac{x}{z}S + \frac{z}{y}S + \frac{x}{y}S + \frac{y}{z}S + \frac{z}{x}S = \frac{y+z}{x}S + \frac{x+y}{z}S + \frac{z+x}{y}S + S$$

$$S_{\triangle A_1B_1C_1} = S + \frac{y}{z}S + \frac{z}{x}S + \frac{x}{y}S + \frac{x}{z}S + \frac{z}{y}S + \frac{y}{x}S = \frac{y+x}{z}S + \frac{x+z}{y}S + \frac{y+z}{x}S + S$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle A_1B_1C_1} = S_{\triangle A_2B_2C_2}$$

\#

+

Задание 3

1) $x^2 = ax^2 + bx + c$

$x^2(1-a) - bx - c = 0$

$$x_1 = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4c(1-a)}}{2(1-a)}$$

$$x_2 = \frac{b - \sqrt{b^2 + 4c(1-a)}}{2(1-a)}$$

$$y_1 = x_1^2 = \left(\frac{b + \sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^2$$

$$y_2 = x_2^2 = \left(\frac{b - \sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^2$$

2) Так как $\angle AOB = 90^\circ \Rightarrow$ Применим Т. Пифагора.

Формула длины отр-ка: $\sqrt{(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2}$

$$OA^2 + OB^2 = AB^2$$

$$\left(\frac{b + \sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^2 + \left(\frac{b + \sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^4 + \left(\frac{b - \sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^2 + \left(\frac{b - \sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^4$$

$$= \left(\frac{2\sqrt{b^2+4c(1-a)}}{2(1-a)}\right)^2 + \left(\frac{2b\sqrt{b^2+4c(1-a)}}{4(1-a)^2}\right)^2$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{4b^2 + 8c(1-a)}{4(1-a)^2} + \frac{2b^4 + 2(b^2+4c(1-a))^2}{16(1-a)^4} = \frac{2b^2 + 8c(1-a)}{4(1-a)^2} + \frac{4b^2(b^2+4c(1-a))}{16(1-a)^4}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{32c^2(a^2-1)}{4(1-a)^2} = 2b^2$$

+

3) $$c^2 = \frac{b^2(a-1)}{4(a+1)} \Rightarrow c = \pm\sqrt{\frac{b^2(a-1)}{4(a+1)}} = \pm\frac{b}{2}\sqrt{\frac{a-1}{a+1}}$$

$$\frac{4c^2(a+1)}{a-1} = b^2$$

$$\Uparrow$$

$$\frac{4c^2\cancel{(a-1)}(a+1)}{(a-1)^{\cancel{2}}} = b^2 \Longleftarrow$$

ОДЗ:

$a \neq 1$

Т.к. ~~корни~~ т. пересечения в разных сторонах от $OY \Rightarrow x_1x_2 < 0$

$$x_1x_2 = \frac{ac - c}{(1-a)^2} < 0$$

$$\Downarrow$$

$ac - c < 0 \Rightarrow a < 1, c > 0; a > 1, c < 0$

Задание 2

$$И \cdot З \cdot У \cdot М + Р \cdot У \cdot Д = 2022$$

$$У(И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д) = 2022$$

$$\Downarrow$$

Число 2022 должно делится нацело на У, У – цифра

Число 2022 делится нацело на 2, 3, 6

У=1 потерял

$$\begin{array}{r|l} 2022 & 3 \\ 18 & \overline{674} \\ \overline{22} & \\ 42 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2022 & 6 \\ 18 & \overline{337} \\ \overline{22} & \\ 18 & \\ \overline{42} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times\ 7 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 1011 \quad (1) \\ И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 674 \quad (2) \\ И \cdot З \cdot М + Р \cdot Д = 337 \quad (3) \end{array}\right.$$

V (1) не подходит так как:

Рассмотрим максим зн-е выр-я

$$9 \cdot 8 \cdot 7 + 6 \cdot 5 = 534 < 1011$$

(3) – Числа в $И \cdot З \cdot М$ и $Р \cdot Д$ не должны иметь общих делителей иначе бы число $337 \vdots 3, 4, 2, 6, 7, 5, 8, 9$.

А оно не имеет таких делителей.

Это ед-ый вариант который проходит по границам. Методом подбора найдем подх-ие зн-я.

– (2) Число 674 – четно, делится на 2 => в РД и ИЗМ есть числа имеющие ~~общий делитель 2~~ не обязательно общий делитель 2, но при этом у этих частей нет других делителей.

И по пункту 1 число не подходит. Оно больше 534

Метод подбора:

$У=6$

Задание 1

Наибольшее значение K будет тогда, когда каждых мишек по 2шт и 1 вид мишек 3шт, так как если например каких-то медведей будет больше один-но, то очевидно, что 3 од-ых найдутся.

Запишем ур-е к приведенному нами объяснению

$125 - 12k = 1$

Каждому виду мишек по 2шт.

$124 = 12K$

$\Downarrow$

$K = 10$

Имеется ввиду, что при найденном K в любом случае должно найтись 3 одинаковых.

Округлим в меньшую сторону, так как при окр-ии в большую получим, что у нас не останется 3мишек.

Ответ: $K = 10$

Задание 5

„Матерки" идет в алфовитной пос-ти раньше „Метрика", расcчитаем разницу между „Матерки" и „Метрика" и таким образом найдем ответ.

~~Ма~~ ~~и после вариантов рас-я букв при второй букве „А" первой букве „М" до появ-я буквы Т на 3 месте~~

~~$K=7\cdot 5\cdot 4\cdot 3 \cdot 2 = 1720$~~

~~Ма~~ МАТЕ_ _ _

Последнее слово где 2 буква А это МАТРКИЕ

Расcчитаем сколько было слов от МАТерки до МАТРКИЕ

$П = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ $18 + 7 = 25в.$

Таблица перебора вариантов:

Р – Т – К – Р – Ч – К – Р – Ч 1в

МАТ Е Р Ч К / Ч Т К Р / К Р / Р

Е – Р – Ч – КР, К – Р; Т – Ч – КР, К – Р, Р – К 7в.

Ч – Р – К – Р; Т – Ч – КР, К – Р, Р – К 3в

К – Т – Р – Ч, Ч – Р, Р – Ч 1в – 12 вариантов.

Теперь расчитаем кол-во слов от слова „Матрике" до слова „Метрика"

М Е ~~К~~ Р _ _ _ А

А – Ч – К – Р – Ч – К – А ов

Ч – К – Р ов

К – Ч – Р – Ч ов

Р – К – Ч

Т – Ч – К – Ч – Р – Ч – К – А

~~Итого 1слово после слова Матрике это слово Метрика~~

~~Ме 4 4 3 2~~

~~96слов~~

~~МетрЧ _ _~~

~~18слов~~

~~6слов 2слова~~

~~2 слова 1слово~~

96 121
+25
= 142 сл.

$3634 - 143 = 3491$

$3634 - 143 = 3491$

Задание 5

1) Подсчитаем кол-во слов между словом „Материк" и „Матркие" – последнее слово в котором а – на 2 месте

М А Т _ _ _ _ Ч – К

3ая буква – Е Е – Р – Е – К – Ч → „Материк" – последнее слово где Е – 3ая буква

Варианты слов с буквами так чтобы они были после слова материк

А, Е, Ч, К, М, Р, Т

Слова от Материк до Матркие

$n = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ слов

Подсчитаем кол-во слов от „Матрице" до „Метрика"

М Е _

формула это кол-во вариантов на данной позиции буквы

Кол-во слов до момента когда третья буква „Т"

$n = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$ слов

Кол-во слов до момент когда четвертая буква „Р" третья Т

$n = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ слов

Кол-во слов до момент когда пятая буква „И"

$n = 1 \cdot 2 = 2$ слов.

Кол-во слов когда шестая буква „И"

$n = 1$ слово

$\Downarrow$

$N = \underbrace{18+1} + \underbrace{96} + (\underbrace{18+2} + \underbrace{1} + 1+1) = 41+96 = 136$ слов между „Матем" и „Метрика"

„Матерcи" это $3634 - 136 = 3534 - 36 = 3498$ слово