ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502572021838

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ политология	☐ русский язык
	☐ социология	☐ физика	☐ химия
	☐ филология		
Класс	☐ 8 ☐ 9	☐ 10	☒ 11

Фамилия МАКУРОВ

Имя МИХАИЛ

Отчество ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 14 10 2004

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 229

Телефон +79227584213

Дата 26 02 2022 **Подпись** МФ

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502572021838

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

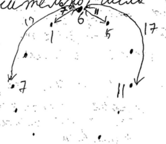
№1

6 даёт простое число только в сумме с 1, 5, 7, 11 (на отрезке натуральных чисел [1, 12])

12 даёт простое число только в сумме с 1, 5, 7, 11 (на отрезке натуральных чисел [1, 12])

Из условия задачи следует, что каждое число должно давать простое число с некоторыми другими числами.

Тогда относительно числа 6 числа 1, 5, 7, 11 должны стоять. При том эти 4 числа можно менять местами.



Если поставить число 12 в 1 из оставшихся точек, то как минимум 1 сумма пары не будет давать простое число. Значит расставить число, как в условии задачи невозможно.

№2

x_{11} x_{12} x_{13} При этом $x_{kp} > x_{mn}$

x_{21} x_{22} x_{23} $\begin{cases} x_{ij} \in \mathbb{N} \\ x_{ij} \in [1,9] \end{cases}$ если $\begin{cases} k \geq m \\ p \geq n \\ k \neq m \\ p \neq n \end{cases}$

x_{31} x_{32} x_{33}

Из этого следует, что $x_{11} = 1$ и $x_{33} = 9$. Если x_{23} или $x_{32} < 5$, то

5 — р потребуется 5 различных ~~чисел~~ натуральных чисел меньше 5, что невозможно. Значит $\begin{cases} x_{23} \geq 6 \\ x_{32} \geq 6 \end{cases}$

Аналогично если ~~взять~~ $x_{12} \geq 5$ или $x_{21} \geq 5$, то потребуется 5 различных натуральных чисел больших 5 и меньших 10, что тоже невозможно, значит $\begin{cases} x_{12} \leq 4 \\ x_{21} \leq 4. \end{cases}$

Получим:

1	2/3/4	x_{13}
2/3/4	x_{22}	6/7/8
x_{31}	6/7/8	9

Если $x_{12} \neq 2$ и $x_{21} \neq 2$, то потребуется 6 различных натуральных чисел $x_{ij} \in \{2\} \cup [5;9]$ больших 3, что невозможно.

Аналогично если $x_{23} \neq 8$ и $x_{32} \neq 8$, то потребуется 6 различных чисел $x_{ij} \in [1;5] \cup \{8\}$ меньших 7, что тоже невозможно.

Рассмотрим конкретные случаи:

1)

1	3	x_{13}
2	x_{22}	7
x_{31}	8	9

в x_{13}, ~~a~~, x_{22}, x_{31} подходят любые 3 оставшиеся числа, которые можно переставить 6 способами.

Если 2 и 3, 8 и 7 поменять местами, то ничего не поменяется, умножаем ещё на 2^2, ~~и того~~ получаем 24 способа.

2)

1	2	3
4	x_{22}	7
x_{31}	8	9

~~В x_{13}~~ x_{31}, x_{22} — любые 2 оставшиеся числа — 2 способа. ~~7 и 8~~ 2 и 4 можно 7 и 8 поменять местами — 4 способа. x_{12} и x_{13} можно поменять с x_{21} и x_{31} соответственно — 8 способов

3)

1	2	x_{13}
3	x_{22}	6
7	8	9

Аналогично ~~второму~~ ~~вари~~ варианту 2) — 8 способов.

4) 1 2 3   1 4 7   1 2 3   1 2 1 4 —
4 5 6   2 5 8   4 5 8   2 5 6
7 8 9   3 6 9   ~~7~~ 6 9   3 8 9

— 2 способа

2·4·е·8·е·8 + 2 = 42

Ответ 42

№7

$x^2+2]x[=6$

$x^2=6-2]x[$

$6-2]x[$ – целое число

Значит корни примут вид $\sqrt{m}$ или $-\sqrt{m}$, где m – натуральное число.

$x-]x[<0{,}5$

$2x-2]x[<1$

$-2]x[<1-2x$

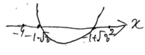
$6-2]x[<7-2x$

Решим неравенство $x^2>7-2x$

$x^2+2x-7>0$

$x^2+2x-7=0$

$x=-1\pm\sqrt{8}$



Значит при $x\in(-\infty;-4)\cup(2;+\infty)$

$x^2>7-2x>6-2]x[$,

значит корни уравнения лежат на ~~отрезке~~ промежутке $(-4;2)$.

При $x\geq 0$ x^2 - возрастающая функция

$6-2]x[$ - убывающая функция, (неправда)

значит $x^2=6-2]x[$ имеет не более 1 корня.

При $x=\sqrt{3}$: $3=6-2\cdot]\sqrt{3}[$

$3=6-2\cdot 1{,}5$

$3=3$ – верно

При $x<0$ $x^2=6-2]x[\ \cancel{\geq} 7$, значит $x\leq-\sqrt{7}$

При $x \leq -\sqrt{7}$: $x^2 = 6 - 2]x[$ $\geq 6 + 2 \cdot 3$

Значит $x \leq -\sqrt{12}$.

При $x = -\sqrt{12}$:

$12 = 6 + 8$ — неверно

При $x = -\sqrt{13}$:

$13 = 6 + 8$ — неверно

При $x = -\sqrt{14}$:

$14 = 6 + 8$ — верно.

При $x = -\sqrt{15}$:

$15 = 6 + 8$ — неверно.

Ответ: $\sqrt{3}$; $-\sqrt{14}$

Бланк ответов