ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502589034503

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [x] 8 [ ] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия ПАВЛЕНКО

Имя ВЕРОНИКА

Отчество АЛЕКСАНДРОВНА

Дата рождения 16 02 2007

Город участия ТЮМЕНЬ

Аудитория 312

Телефон 89227916907

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502589034503

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [x] 8 [ ] 9 [ ] 10 [ ] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	20	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	20	0					

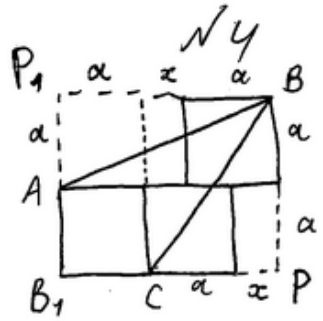
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№4



Пусть a – сторона квадрата; x – сдвиг квадратов.

Достроим рисунок до прямоугольника BPB_1P_1, где $\triangle ABP_1$ и $\triangle CBP$ – прямоугольные ($\angle P = \angle P_1 = 90°$). Тогда по теореме Пифагора:

1) $AB^2 = BP_1^2 + AP_1^2$

$AB = +\sqrt{(a+x+a)^2 + a^2}$

$AB = \sqrt{(2a+x)^2+a^2} = \sqrt{4a^2+4ax+x^2+a^2} = \sqrt{5a^2+4ax+x^2}$

2) $BC^2 = BP^2 + CP^2$

$BC = +\sqrt{(2a)^2+(a+x)^2} = \sqrt{4a^2+a^2+2ax+x^2} = \sqrt{5a^2+2ax+x^2}$

$\sqrt{5a^2+4ax+x^2} > \sqrt{5a^2+2ax+x^2}$

$5a^2+4ax+x^2 > 5a^2+2ax+x^2 \quad |-5a^2-x^2$

$4ax > 2ax$, т.к. $\begin{cases} a>0 \\ x>0 \end{cases}$

$\Downarrow$

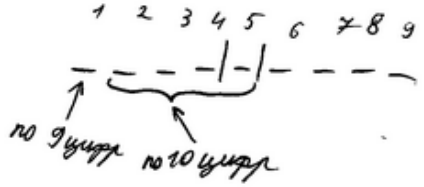
$AB > BC$

ЧТД

№3

Найдём общее количество всех девятизначных палиндромов, и для каждого из них найдем кол-во x почти палиндромов.:

1) т.к. палиндром девятизначный, то $n = 9 \cdot 10^4$



В каждом таком палиндроме можно изменить 1 любую цифру (кроме пятой) чтобы оно стало почти палиндромом. Тогда а если из ~~одного~~ нечётных палиндромов получилось и для 7 цифр мы найдем по 9 замен, и тот же почти палиндром? для одной цифры (первой) мы найдем 8 замен. (пятую цифру не считаем, так как при её изменении число остаётся палиндромом). Пусть x - общее кол-во почти палиндромов:

$$x = n \cdot (7 \cdot 9 + 8) = 71\,n = 71 \cdot 9 \cdot 10^4$$

$$\begin{array}{r} \times\ 71 \\ 9 \\ \hline 639 \end{array}$$

$$x = 6.390.000$$

Ответ: 6.390.000

№1

Пусть x - кол-во ясных дней, y - кол-во пасмурных. Тогда (т.к. ночью улитки спускаются), $(x+y-1)$ - кол-во ночей. Если бы было просто $x+y$, то это означало бы, что улитки достигли отметки $2м = 200см$ одновременно после того как спустились. А значит на самом деле в первый раз они пересекали её днём, и тогда мы не можем утверждать что днём они пересекли её одновременно, т.к. у улиток разные скорости независимо от погоды. Составим и решим систему уравнений.

$$\begin{cases} 40x + 25y - 30(x+y-1) = 200 \\ 30x + 35y - 30(x+y-1) = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x + 25y - 30x - 30y + 30 = 200 \\ 30x + 35y - 30x - 30y + 30 = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 5y = 170 \\ 5y = 170 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x = 340 \\ y = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 34 \end{cases}$$

если кол-во ночей $x+y$, то в самом конце дня улитки были на отметках:

I $230 - 40 = 190$
II $230 - 30 = 200$ } противоречие

либо

I $230 - 25 = 205$
II $230 - 35 = 195$ } противоречие

тогда соревнование длилось $x+y=68$ (~~д~~ дней) и 67 ночей

В подтверждение можем рассмотреть таблицу

	I	II
ясный	+40	+30
пасмурный	+25	+35
ночь	$-30\cdot 2$	$-30\cdot 2$
итог за 1 ясн. и 1 пасм.	+5	+5

Значит за ясный и пасмурный день они выравниваются, поэтому

$x=y$

$(40+25)x-30(2x-1)=200$

$65x-60x+30=200$

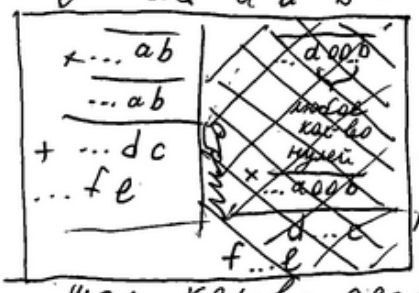
$5x=170$

$x=34$

Ответ: 68 дней

№2

Пусть мы умножаем число $n=(\overline{\ldots ab})$, т. е. $n^2=(\overline{\ldots ab})^2$, где ~~ab~~ a и b – 2 последние цифры. Тогда по умножению „столбиком"



~~С заканчивается~~ цифра c равна последней цифре произведения $(b\cdot b)$. d равно последней цифре произведения $(a\cdot b)$ плюс цифра, обозначающая кол-во десятков в предыдущем произведении b^2 (назовём эту цифру „дес. b^2"). Тогда e равно посл. цифре $a\cdot b$.

Получаем, что c – обязательно нечет., $d+e$ – нечет., и т.д.

но

$d=$ посл. цифра $(a\cdot b)$ + дес. b^2

$e=$ посл. цифра $(a\cdot b)$

Значит дес. b^2 – нечет. (иначе $d+e=2$ посл. ц. $(a\cdot b)+2n\to$ чет.), то есть b^2 должно заканчиваться на 2 нечетные цифры, что невозможно, т.к. предпоследняя цифра может быть нечетн. только если b – чет. ($1^2=1$; $2^2=4$; $3^2=9$; $4^2=16$; $5^2=25$; $6^2=36$; $7^2=49$; $8^2=64$; $9^2=81$) Ответ: нет, не существует.