ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502094190075

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия КЛИШИС

Имя ДАРЬЯ

Отчество СВЯТОСЛАВОВНА

Дата рождения 11 09 2005

Город участия КАЛИНИНГРАД

Аудитория 1

Телефон 89118288165

Дата 26 02 2022 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502094190075

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ политология
- ☐ русский язык
- ☐ социология
- ☐ физика
- ☐ химия
- ☐ филология

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	0	0	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 0 0 0

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

вар. 1

№1

Квадраты трехзначных чисел $\in [100^2; 1000^2) = [10000; 1000000) \Rightarrow$

на конце у ~~перед~~ квадрата не может быть 0/1/2/3/4; $\Rightarrow$ на конце у трехзначного числа

не может быть ~~9/8/7/6/5~~ 0/1/2/8/9; почему!

то есть существуют варианты

$3 \times 3 = 9$; $4 \times 4 = 6$; $5 \times 5 = 5$; $6 \times 6 = 6$; $7 \times 7 = 9$

из условия возьмем только варианты.

$123 \times 123 = 25129$ — не подходит;

а) 24×24: 96, 48, $\cancel{34}$ 576 $\rightarrow 7>6 \Rightarrow$ не подходит

б) 34×34: 36, 2, 56 ✓

5×5: 5, 5, 5 — только 12345 подходит; но даже $125 \times 125 = 15625 > 12345$

а) 27×27: 89, 4, $\cancel{99}$ — не подходит; 29 — не подходит

б) 37×37: 59, 1, 69 ✓

в) 47×47: 29, 8, 09 — не подходит

г) 57×57: 99, 5, 49 — не подходит

д) 67×67: 69, 2, 89 ✓

а) 26×26: 56, 2, 76 — не подходит

б) 36×36: 16, 8, 96 — не подходит

в) 46×46: 76, 4, 16 — не подходит

г) 56×56: 36, 0, 36 — не подходит;

т.к. число пятизначное, будут либо повторы, либо число больше

а.1)

$$\begin{array}{r} 134 \\ \times\ 134 \\ \hline 536 \\ 402 \\ 134 \\ \hline 138\,556 \end{array}$$

– не подходит

а.2)

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times\ 234 \\ \hline 936 \\ 1702 \\ 468 \\ \hline 475\,956 \end{array}$$

– не подходит

б.1)

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times\ 237 \\ \hline 1659 \\ 711 \\ 474 \\ \hline 169 \end{array}$$

– не подходит

б.2)

$$\begin{array}{r} 137 \\ \times\ 137 \\ \hline 959 \\ 411 \\ 137 \\ \hline 769 \end{array}$$

– не подходит

в.1)

$$\begin{array}{r} 167 \\ \times\ 167 \\ \hline 1169 \\ 602 \\ 167 \\ \hline 189 \end{array}$$

– не подх.

в.2)

$$\begin{array}{r} 267 \\ \times\ 267 \\ \hline 1869 \\ 1602 \\ 534 \\ \hline 249 \end{array}$$

– не подходит

в.3)

$$\begin{array}{r} 367 \\ \times\ 367 \\ \hline 2569 \\ 2202 \\ 1101 \\ \hline 134\,689 \end{array}$$

✓

$$\begin{array}{r} 134\,689 \\ \times\ 367 \\ \hline 942\,823 \\ 134 \end{array}$$

– не подходит

в.4)

$$\begin{array}{r} 367 \\ \times\ 367 \\ \hline 9 \end{array}$$

в.2)

$$\begin{array}{r} 267 \\ \times\ 267 \\ \hline 1869 \\ 1602 \\ 534 \\ \hline 289 \end{array}$$

– не подходит

в дальнейшем при умножении на 7 (при возведении в куб) будет получаться 3 в последнем разряде => невозможно, чтобы цифры перед этим были различны и располагались в порядке возрастания

Ответ: нет, число не существует;

Задание 5

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ \dfrac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1} = \max \end{cases}$$

$$\frac{ab+ac+a+bc+b+c+abc+1}{abc+1} = 1 + \frac{ab+ac+a+bc+b+c}{abc+1} = 1 + \frac{\quad}{abc+1}$$

Задание 4: Пусть $\uparrow m$ — наиб. нат. дел. m; $\uparrow m \neq m$; $\downarrow m$ — наим. нат. дел. m; $\downarrow m \neq 1$

$\uparrow n$ — наиб. нат. дел. n, $\uparrow n \neq n$; $\downarrow n$ — наим. дел. n, $\downarrow n \neq 1$

$$\begin{cases} \uparrow m + \downarrow m = n \\ \uparrow n + \downarrow n = m \\ \uparrow m \cdot \downarrow m = m \\ \downarrow n \cdot \uparrow n = n \end{cases} \qquad \begin{cases} \uparrow m + \downarrow m - n = \uparrow n + \downarrow n - m \\ \uparrow m \cdot \downarrow m = m \\ \downarrow n \cdot \uparrow n = n \end{cases} \qquad \uparrow m + \downarrow m + \uparrow m \cdot \downarrow m = \uparrow n \cdot \downarrow n + \uparrow n + \downarrow n$$

$$\frac{n}{\downarrow m} + \frac{m}{\uparrow m} + m = n + \frac{n}{\downarrow n} + \uparrow m$$

$$\frac{m \uparrow m + m \downarrow m + m^2}{m} = \frac{n^2 + n \uparrow n + n \downarrow n}{n}$$

$$\cancel{m^2 + m(\uparrow m + \downarrow m)} \quad \cancel{\frac{m^2 + mn}{m} = \frac{n^2 + mn}{n}} \quad \cancel{\frac{m^2 + m = n + m}{m}}$$

Бланк ответов