ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502380032566

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	■ математика
	☐ обществознание	☐ политология	☐ русский язык
	☐ социология	☐ физика	☐ химия
	☐ филология		
Класс	☐ 8 ☐ 9	☐ 10	■ 11

Фамилия КАЗАКОВ

Имя СТЕПАН

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 05 07 2004

Город участия НИЖНИЙ ТАГИЛ

Аудитория 124

Телефон 89221495171

Дата 26 02 2022 **Подпись** Казаков

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2502380032566

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] политология
- [ ] русский язык
- [ ] социология
- [ ] физика
- [ ] химия
- [ ] филология

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Время выхода с : до :

Примечание

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 20

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №3.

Число является получелым, если оно либо целое, либо десятичное, но после запятой должна быть только 5, (например 7,5) т.к. по условию $2x$ должно быть целым числом. Таким образом, для любого получелого числа x, $]x[= (x-0,5)$, т.к. $]x[$ – наибольшее получелое число, не превышающее x и не равное.

Тогда $x^2+2]x[=6$. равносильно $x^2+2(x-0,5)=6$.

$]x[= x-r$, где $0 \le r < \frac{1}{2}$

$x^2+2x-1-6=0$.

$x^2+2x-7=0$.

$D=4+28=32$.

$x_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{32}}{2} = \frac{-2\pm2\sqrt{8}}{2} = -1\pm\sqrt{8} = -1\pm2\sqrt{2}$, но тогда $2x$ – не целое.

но зачем вообще тогда введен $]x[$? Затем, что он имеет другой смысл.

Если $]x[$ просто не превышает x, то $]x[=x$. тогда $x^2+2x-6=0$. $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{7}$, но $2x$ – тоже не целое.

если получелое не может быть целым, то $]x[=x-1$, тогда $x_1=2$ $x_2=-4$, но x – не целое по как было обозначено

Ответ: корней уравнения нет. при данном условии

Задача №2.

X_1	X_2	X_3
X_4	X_5	X_6
X_7	X_8	X_9

~~Нетру~~ Не трудно заметить, что X_1 – должно быть числом 1, а число $X_9 - 9$. Если это не так, то 1 должна была бы быть больше какого-то числа, но раз мы берем натуральные числа от 1 до 9, то такое невозможно. Аналогично $X_9=9$, т.к. иначе 9 должна была бы быть меньше другого числа, но такое невозможно в рамках условия.

Записав нашу табличку в виде системы неравенств, получим:

$$\begin{cases} x_1 < x_2 < x_3 < x_6 < x_9 \\ x_2 < x_5 < x_8 \\ x_1 < x_4 < x_7 < x_8 < x_9 \\ x_4 < x_5 < x_6 \end{cases}$$

Также из системы можно заметить, что x_2 и x_4 будут наименьшими цифрами из оставшихся, то есть 2 или 3, то есть

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_2=2\\x_4=3\end{cases}\\ \begin{cases}x_2=3\\x_4=2\end{cases}\end{array}\right.$$

← А как же $\begin{array}{ccc}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{array}$?

А x_6 и x_8 будут наибольшими, то есть 7 или 8:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_6=7\\x_8=8\end{cases}\\ \begin{cases}x_8=7\\x_6=8\end{cases}\end{array}\right.$$

Таким образом получаем 4 варианта нашей доски:

1	2	
3		8
	7	9

1	3	
2		7
	8	9

1	2	
3		7
	8	9

1	3	
2		8
	7	9

x_2 и x_4 всегда меньше 4,5,6, и 4,5,6 всегда меньше 7,8, получается, что нам без разницы как поставить 4,5,6 в x_3, x_5, x_7, то есть по 6 вариантов для каждого случая.

А т.к. всего у нас 4 случая то $4\cdot 6=24$ способа всего существует, чтобы выполнялось возрастание сверху-вниз и слева-направо.

Ответ: 24 способа. Потеряны случаи: $\begin{array}{ccc}1&2&3\\4&&\\&&9\end{array}$, $\begin{array}{ccc}1&&\\&&6\\7&8&9\end{array}$ и т.д.

Задача №1

Рассмотрим простые числа 5 и 11.

Заметим, что для числа 11 при сумме его с другими числами могут получиться только числа 13 (если +2), 17 (если +6), 19 (если +8), 23 (если +12).

а также для 5 возможны 7 (если +2), 11 (если +6), 13 (если +8), 17 (если +12), 19 уже нельзя, потому что даны числа от 1 до 12, а 19 (если +14) — невозможно.

Бланк ответов

Таким образом числа 5 и 11 должны контактировать с одними и теми же числами (с 2, 6, 8, 12), а это невозможно, т.к. такое возможно только при условии, что 5 и 11 в той вершине.

Ответ: не могло так случиться. +

Задача №5.

$$\frac{p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}$$

$$\begin{array}{l|l} p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2 & p_i+p_{i+1} \\ \hline -\ p_ip_{i+1}+p_{i+1}^2 & p_{i+1} \\ -p_{i+2}^2-p_{i+1}^2 & \end{array}$$

$$\frac{p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}=p_{i+1}+\left(\frac{-p_{i+2}^2-p_{i+1}^2}{p_i+p_{i+1}}\right)$$, где p_{i+1} - натуральное и простое число.

$$\cancel{\begin{array}{l|l} -p_{i+2}^2-p_{i+1}^2 & p_i+p_{i+1} \\ \hline -\ p_{i+1}^2-p_ip_{i+1} & -p_{i+1} \\ p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2 & \end{array}}$$

$$\cancel{\frac{-p_{i+2}^2-p_{i+1}^2}{p_i+p_{i+1}}=-p_{i+1}+\frac{p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}}$$ ~~[illegible]~~

$$\frac{p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}=p_{i+1}-\frac{p_{i+2}^2+p_{i+1}^2}{p_i+p_{i+1}}$$, тогда чтобы $\frac{p_ip_{i+1}-p_{i+2}^2}{p_i+p_{i+1}}$ было натуральным, p_{i+1} должно быть больше, чем $\frac{p_{i+2}^2+p_{i+1}^2}{p_i+p_{i+1}}$ и дробь должна быть натуральным числом p_i+p_{i+1}

~~[illegible]~~ $p_{i+1}>\frac{p_{i+2}^2+p_{i+1}^2}{p_i+p_{i+1}}$, домножить на p_i+p_{i+1} можем не меняя знака, т.к. $p_i+p_{i+1}>0$. тогда $p_{i+1}(p_i+p_{i+1})>p_{i+2}^2+p_{i+1}^2$

$p_{i+1}p_i>p_{i+2}^2$

это возможно, когда $\begin{cases} p_{i+1}>p_{i+2} \\ p_i>p_{i+2} \end{cases}$, либо одно меньше другое больше.

Ответ: может. Пример?

Бланк ответов