ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802205018658

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ОВЧИННИКОВ

Имя ДАНИЛА

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 24 12 2004

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 611

Телефон 89090134099

Дата 27 02 2023 **Подпись** ДО

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802205018658

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	14	20	0	15	0					
Балл члена жюри №2	14	20	0	15	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 49

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов I Вариант.

№1 $a_1 + a_2 + \dots a_n = 2021$

Почему?

нам нужно набирать ~~наименьшие~~ большие числа яв. палиндромами, ~~однако~~ самое большое из них это 2002 $(\text{ю} < 2021)$

$$\frac{2021 \\ -2002}{19}$$

девятнадцать нельзя разложить на два палиндрома, больших 10, попробуем 1001 $2021 - 1001 = 1020$; $1020 - 909 = 111$; 111;

пример

все три числа $1001; 909; 111$, являются палиндромами, другие числа похожее на 1001 будут давать нам либо маленькие число которое ~~нельзя разложить~~ не является палиндромом

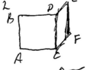
$$2021 - 1991 = 30$$

30-не яв палиндромом, либо числа 1881; 1771; которые при вычитании будут давать трехзначные числа, которые не являются палиндромами и их не равно возможно получится разложить на два числа; ибо 2021; $1\dots1$ на конце дает нули, $\dots0$ нет рассмотрения что не дает возможность создать трехзначный палиндром $\Rightarrow$ минимальное число слагаемых 3 3-х значных палиндрома

Ответ: 3.

+

№2



~~ABEE~~

ABDEFC - многоугольник не имеющий центра симметрии; ABDC - квадрат - имеет центр симметрии; CDEF - ~~парал~~ ромб - имеет центр симметрии.

Ответ: существует.

№5. Васе нужно поставить ладью на число 64 и независимо от того где будет находиться ~~ладья~~ число 63 мы будем в состоянии его забрать за два хода ладьи. То есть мы способны ~~взять~~ гарантировано забрать два наибольших числа $64 + 63 = 127$ в худшем случае за 3 хода, но возможно и за 2, но это не будет гарантировано минимальная. Итак мы способны забрать 63 ~~за~~ с 3 хода при чем у нас на это есть гарантировано два пути. Пересечение столбца числа 64 с рядом числа 63 или ряда числа 64 и столбца 63 и в худшем случае эти

Для пересечения будут заполнены числами 1, 2,

то есть

$$\begin{matrix} 64 & \dots & \dots & 2 & \dots \\ \dots & & & \dots & \\ \dots & & & \dots & \\ 1 & \dots & \dots & 63 & \dots \\ \dots & & & \dots & \\ \dots & & & & \end{matrix}$$

мы гарантировано способны забрать число $x \geq 2$, то есть гарантированная максимальная сумма будет равна $63+64+2=129$

Ответ: 129 не доказано, что нельзя получить больше

№4. $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$ все числа m, n, k - целые и положительные

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023-m$ при $1 \le m \le 2021$, если бы $m=2022$, то $\sqrt{n+\sqrt{k}}=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow n+\sqrt{k}=1$, что невозможно при $n; k \in \mathbb{Z}$ (целые положительные),

то есть при условии, что $1 \le m \le 2021 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}}=x$ x-целое $2 \le x \le 2022$

предположим, что $x=2 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}}=2 \Rightarrow n+\sqrt{k}=4 \Rightarrow \sqrt{k}=4-n$ т.к.

k-целое и положительное $1 \le n \le 3$ $\{1;2;3\}$; если $x=3 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}}=3 \Rightarrow$

$\Rightarrow n+\sqrt{k}=9 \Rightarrow \sqrt{k}=9-n$ $n \in \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

при таких рассуждениях мы k-высчитываем, а число m-предполагаем из диапазона от $1 \le m \le 2021$, которому соответствует целое число n, ~~которое~~ из промежутка, ранее заданного зависимо от m. Вариаций m равно 2021, то есть чисто технически, это все считается.

~~m~~	~~количество множество~~
~~2021~~	

m	количество возможных n
2021	$(2023-2021)^2-1=3$
2020	$(2023-2020)^2-1=8$
2019	$(2023-2019)^2-1=15$
2018	$5^2-1=24$
2017	$35-1=34$
2016	48

То есть сумма по формуле $(2023-m)^2-1$ при целых m; $1 \le m \le 2021$

Формула верная +

№3

пусть a - самое маленькое число, тогда $b = a + x$;
$c = a + y$; $d = a + z$. Но тогда a, b, c, d образуют арифм. прогрессию и не квадраты
$a^2; b^2; c^2; d^2$ $\Rightarrow$ $a^2 + (a+x)^2$; $(a+y)^2$; $(a+z)^2$ - арифмет $(*)$
прогрессия

$$\frac{1}{a+b+c}; \frac{1}{a+b+d}; \frac{1}{a+c+d}; \frac{1}{c+d+b} \Leftrightarrow \frac{1}{3a+(x+y)}; \frac{1}{3a+(z+x)}; \frac{1}{3a+(y+z)}; \frac{1}{3a+(x+y+z)}$$

предположим, что ~~...~~ $x \neq y \neq z \neq 0$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y \neq 0 \\ z+x \neq 0 \\ y+z \neq 0 \\ x+y+z \neq 0 \end{cases} \quad ①② \ y - z \neq 0, \ y \neq z$$

все числа в прогрессии $(*)$ возрастают. т.к a - наименьший,
следовательно $(a+y)^2 + k = (a+z)^2$ где k пост. число арифм. прогрессии

$$a^2 + 2ay + y^2 + k = a^2 + 2az + z^2$$
$$2a(y-z) - (z^2 - y^2) + k = 0$$
$$2a(y-z) - (z-y)(z+y) + k = 0$$
$$2a(y-z) + (y-z)(z+y) + k = 0$$
$$(y-z)(2a + (z+y)) + k = 0$$
$$k = -(y-z)(2a + (z+y))$$

Так же
$$a^2 + k = (a+x)^2$$
$$a^2 + k = a^2 + 2ax + x^2$$
$$k = 2ax^2 + x^2$$

$$-(y-z)(2a + (z+y)) = 2ax^2 + x^2$$
$$(z-y)(2a + z + y) = 2ax^2 + x^2$$

решение присутствует при $x = 0$ и $z - y = 0 \Rightarrow z = y \Rightarrow$

$\Rightarrow$ наше предположение не верно.
Аналогично с другими переменными, получим $x = y = z = 0$

$\Rightarrow a = b = c = d$ ч.т.д.