ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802308472022

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БУРКОВ

Имя ДЕНИС

Отчество ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 04 03 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 622

Телефон 89227588148

Дата 27 02 2023 **Подпись** Бурков

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802308472022

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	–	20	–					
Балл члена жюри №2	20	20	–	20	–					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1 Dloul

Подпись члена жюри №2 Trilk

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача № 1

Пример: $2021 = 1771 + 151 + 99$ пример есть

Докажем, что меньше 3 слагаемых нельзя.

Заметим, что все палиндромы, не больше 2021 можно разбить на 3 вида

1) $\overline{aa}$ 2) $\overline{aba}$ 3) $\overline{abba}$

где $1 \le a \le 9$, $0 \le b \le 9$

тогда, с учетом того что при перестановке слагаемых сумма не меняется, у нас получается 6 вариантов (1;1) (2;2) (3;3) (1;2) (1;3) (2;3)

Докажем, что ни один из них нам не подходит.

(1;1) наибольший палиндром вида 1 ($\overline{aa}$) − 99, но $2 \cdot 99 < 2021 \Rightarrow$ нельзя

(2;2) аналогично $2 \cdot 999 < 2021$

(3;3) ~~тут есть 2 варианта 1) 1001 и 2) все что больше~~ ; ~~у всех, больших 1001 при удвоении сумма больше нет~~ Выпишем их:

1001	1020	1441	580	1881	180
1111	910	1551	470	1991	30
1221	800	1661	360	2002	19
1331	690	1771	250		

рядом запишем, что получим при вычитании их из 2021

Заметим, что ни одно число из столбца, в котором записана разность не является палиндромом, а значит варианты (3;3), (3;1); (3;2) не подходят.

(1;2) $99 + 999 < 2021 \Rightarrow$ нельзя оценка есть

Рассмотрев все варианты мы пришли к выводу, что меньше 3 слагаемых нельзя

Ответ: 3

Задача № 4

$m, n, k \in N$

$m + \sqrt{n+\sqrt{k}} = 2023$

$b = \sqrt{n+\sqrt{k}}$ $\quad \underset{\in N}{m} + \underset{\in N}{b} = \underset{\in N}{2023}$

$\underset{\in N}{b^2} = \underset{\in N}{n} + \underset{\in N}{\sqrt{k}}$ $\quad b \in N$

$b^2 \in N$

$\sqrt{k} \in N$

$\sqrt{k} = a$

$a^2 = k$

$\left.\begin{matrix} n \geq 1 \\ k \geq 1 \Rightarrow \sqrt{k} \geq 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow n+\sqrt{k} \geq 2 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}} \geq \sqrt{2}$, но т.к. $b \in N$,

то $\sqrt{n+\sqrt{k}} \geq 2$

если мы определим b, то m определится однозначно.

$m = 2023 - b$ $\quad b \in [2; 2022]$

но само b определяется не однозначно

$b = \sqrt{n+\sqrt{k}}$ $\quad b^2 = n + \sqrt{k}$

если мы будем перебирать все b от 2 до 2022 (включительно), то

на каждом шаге b можно принять за число, тогда если

n - определено, то $\sqrt{k}$ определится однозначно $\sqrt{k} = b^2 - n$.

$n \in N \Rightarrow n \geq 1$, $\sqrt{k} \geq 1$ значит $n \in [1; b^2-1]$. то есть на

каждом шагу у нас есть (b^2-1) способов получить b. Получаем,

что количество нужных пар $\sum_{i=2}^{2022}(i^2-1)$ Для простоты представим это

как $\sum_{1}^{2022}(i^2-1) - (1^2-1) = \sum_{i=1}^{2022}(i^2-1)$. Нам осталось лишь подсчитать

это число $\sum_{i=1}^{2022}(i^2-1) = \sum_{i=1}^{2022}(i^2) - 2022$

Знаем, что $1^2+2^2+\ldots+n^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$, тогда

$\sum_{i=1}^{2022}(i^2) = \frac{2022(2\cdot2022+1)(2022+1)}{6}$

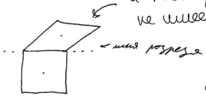
-2022 $\quad\quad - 2022$

Ответ: $\frac{2022((2\cdot2022+1)(2022+1)-1)}{6}$

+

Задача № 2

а почему эта фигура не имеет центра симметрии?



Ответ: да

ромб + квадрат

Задача № 3

Бланк ответов