ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802098112185

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11
Фамилия	ЛЕЖНИН
Имя	ЛЕВ
Отчество	ВЛАДИМИРОВИЧ
Дата рождения	07 08 2005
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	Д 3
Телефон	+79226107374

Дата 27 02 2023 Подпись

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802098112185

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	5	–					
Балл члена жюри №2	7	20	0	11	–					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1 Dlaf

Подпись члена жюри №2 Aelk

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1. Чтобы найти наименьшее кол-во натуральных слагаемых, стоит начать рассматривать палиндромы, начиная с 2002 ~~в~~ сторону 11. Т.е. 2002, 1991, 1881..., 11. 2024 получится в случаях если:

1. Сумма разрядов единиц чисел даёт 11, сумма разрядов десятков даёт 11, сумма разрядов сотен даёт ~~10~~ 9, а сумма разрядов тысяч даёт 1.

2. Сумма разрядов единиц чисел даёт 11, сумма разрядов десятков даёт 1, сумма разрядов сотен даёт 0, сумма разрядов тысяч даёт 9.

~~Б)~~ (В таком случае одним из слагаемых будет число ~~Б)~~ < 10, что не уд. усл. Этот случай нам не подходит).

~~Б)~~ Для случая 1: Может ли быть:

2 слагаемых? : Т.к. мы рассматриваем палиндромы нет. ~~У нас получится либо 2 двузначных палиндрома удовлетворяющих случаю. Их сумма будет явно < 2024. В случа~~ ~~У нас получится четыре~~ Нет 2-х таких палиндромов с св-вами случая 1. не доказано ведь тогда нам придётся рассмотреть четырёх-значный и двузначный палиндромы. Ближайший четырёхзначный палиндром 1991. ~~не под~~ К нему нельзя подобрать двузначный палиндром так, чтобы сумма разрядов единиц чисел давали 11.

Например: 1991, 22; 1991, 33.

3 слагаемых?: Может. Например. 22, 888, 1111

Ответ: 3 задачи.

пример есть

оценка не доказана

Задание 2. Многоугольник составленный из 2-х правильных многоугольников с кол-вом вершин ≥ 4 и ~~≥ 2~~ $n \in N$ ~~- множество нат. чисел~~, где

Ответ: да, существует.

~~Задание 4~~

Задание 4. Т.к. m, n и $k \in N$ заметим, что $m \in [1; 2021]$, т.к. иначе либо k, либо n будут равны $0 \notin N$.

Для $m = 2021$ и $m = 2020$ имеем по одному набору $(k; n)$. $(4;2)$ и $(4;4)$ соответственно

замечено, но не доказано

При $(2023-m)^2 > 10$ ~~буд~~ имеем $(2023-m)^2 - 1$ ~~троек~~ наборов $(k;n)$. Например: ~~(m; k;~~ при $m = 2019$ $(2023-2019)^2 = 16$.

Номер набора	k	n
1	1	15
2	4	14
3	9	13
4	16	12
5	25	11
6	36	10
7	49	9
8	64	8
9	81	7
10	100	6
11	121	5
12	144	4
13	169	3
14	196	2
15	225	1

т.е. на каждое n будет k^2.

Таким образом кол-во троек $S_m = (2023-m_1)^2 - 1 + (2023-m_2)^2 - 1 + \ldots + (2023-m_{2020})^2 - 1$

Что такое $m_1, \ldots, m_{2020}$?

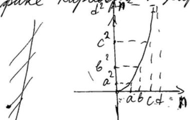
Бланк ответов

Задание 3. на Арифм. прогрессию ~~можно~~ будет ~~прина~~ лежать графике прямой вида $y = d_p n + a_1$ ~~$y = a_1 + d(n-1)$~~ ~~представить в виде графиков вида~~ ~~$y = d_p n$~~, ~~$y = d_p n_1$~~)

где d - разн. арифм. прогрессии.

Соответственно, если график: 1) возрастает, то $d_p > 0$, ~~не~~ 2) убывает, то $d_p < 0$, 3) не изменяется, то $d_p = 0$

Прогрессия ~~зад~~ a^2, b^2, c^2, d^2, заданная различными положительными a, b, c, d, будет лежать на графике параболы. Нарисуем схематично: ~~$d_p n$~~



Прямая вида $y = d_p n + a_1$ ~~$a_1 + d_p(n-1)$~~) пересечёт ~~р~~ параболу максимум дважды, ~~за~~ а ~~необходимо~~ не сказано, чтобы все числа a^2, b^2, c^2, d^2 принадлежали и параболе, и прямой. В случае

$a = b = c = d$ ~~то~~ функция прямой приобретает вид $y = a_1$, где $a_1 = a = b = c = d$. И парабола приобретает вид прямой $\parallel OX$. Графики наложатся один на другой при $a = b = c = d = a_1 = 1$, $d_p = 0$, т.е. a^2, b^2, c^2, d^2 образуют арифм. прогрессию. И т.к. $a = b = c = d$, то и $\frac{1}{a+b+c}, \frac{1}{a+b+d}, \frac{1}{a+c+d}, \frac{1}{b+c+d}$ тоже образуют арифм. прогрессию с $d_p = 0$, ~~ч.т.д.~~ Значит $a = b = c = d$ ~~= 1~~, ч.т.д.