ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802696106676

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия НИКИТИН

Имя АРТЕМИЙ

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 31 03 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Д3

Телефон 9120307408

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802696106676

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	–	20	0					
Балл члена жюри №2	20	–	–	12	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 36

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Так как число 2021 не палиндром, то мы не можем получить его одним слагаемым ✓

Рассмотрим, можно ли получить это число двумя числами
При палиндроме 2002 – максимальному, что может рассмотреть студент, он должен прибавить 19, но 19 не палиндром. Так что оно ему не подойдёт. ✓
Если он будет рассматривать число, ~~в~~ большее тысячи, но меньшее 2000, то число должно выглядеть так: 1aa1, где a – любое ~~натуральное~~ целое неотрицательное число.
Тогда к данному числу он должен добавить такое число, что оно будет заканчиваться на ноль, ~~чтобы~~ так как 2021 заканчивается на ноль, но мы можем прибавлять лишь палиндром, причём больший ~~на~~ десяти, а число не может начинаться на ноль, поэтому студент не сможет получить двумя числами это число, если возьмёт число типа 1aa1 ✓
Если же студент возьмёт число $n_1 < 1000$, то $n_1 + n_2$, где n_2 тоже число, что $n_2 < 1000$, так как по выше перечисленному он не может взять другое число, то $n_1 + n_2 < 2000$, из-за чего число 2021 не получить. оценка
Если же числа три.

Пусть у нас есть числа 1001, 505, 515, тогда $\underline{1001+505+515=2021}$ пример – нужное нам число, причём 1001, 505 и 515 – палиндромы. => три числа – минимальное число слагаемых
И студент минимально получит три задачи.

Ответ: три задачи.

+

Задание 3

Если a^2, b^2, c^2, d^2 составляют арифметическую прогрессию, то возможны два случая.

1) $a^2 \le b^2 \le c^2 \le d^2 \Rightarrow a \le b \le c \le d$, т.к. числа положительны, прогрессия возрастающая

$\frac{1}{a+b+c} \geq \frac{1}{a+b+d} \geq \frac{1}{a+c+d} \geq \frac{1}{b+c+d}$, прогрессия убывающая.

2) $a^2 \geq b^2 \geq c^2 \geq d^2 \Rightarrow a \geq b \geq c \geq d$, прогрессия убывающая

$\frac{1}{a+b+c} \le \frac{1}{a+b+d} \le \frac{1}{a+c+d} \le \frac{1}{b+c+d}$, прогрессия ~~убывающая~~ возрастающая

Пусть $a=b=c=d$, тогда:

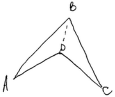
~~$a^2 a$~~ $a^2=a^2=a^2=a^2$

$\frac{1}{a+a+a} = \frac{1}{a+a+a} = \frac{1}{a+a+a} = \frac{1}{a+a+a} = \frac{1}{3a}$

Прогрессия соблюдается, поэтому $a=b=c=d$ ч.т.д

Задание 4

Пусть существует многоугольник $ABCD$ $AB=BC$, $AD=DC$ Центра симметрии нет. Проведём прямую BD Тогда Многоугольники симметричны относительно точки D ч.т.д.



Бланк ответов

Задание 4

m, n, k – натуральные

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}} \leq 2022 \Rightarrow n+\sqrt{k} \leq 2022^2,\ m \leq 2021$

$\sqrt{k} \leq 2022^2-1 \Rightarrow k \leq 2021^2 \cdot 2023^2$ и для k и $n+\sqrt{k}$ подходят лишь полные квадраты.

$n \leq 2022^2-1 \Rightarrow n \leq$ ~~2022~~ $2021 \cdot 2023$

Причём так как n и k - натуральные, то $\sqrt{n+\sqrt{k}} \geq 2$, $n+\sqrt{k} \geq 4$,

Пусть $m=2021$, тогда $n=3, k=1$; или $n=2$; $k=4$, или $n=1$; $k=9$

Если $m=2020$, то $n=8, k=1$, или $n=7, k=4$, или $n=6, k=9$, или $n=5, k=16$, или $n=4, k=25$ или $n=3, k=36$ или $n=2, k=49$ или $n=1, k=64$.

Если же $m=2019$, то $\sqrt{n+\sqrt{k}}=4 \Rightarrow n+\sqrt{k}=16$, а это 15 случаев.

При $m=2018$: $n+\sqrt{k}=25$, это уже 24 случая и тогда конечная сумма всех случаев равна:

$S = (2^2-1)+(3^2-1)+(4^2-1)+(5^2-1)+\ldots+(2022^2-1)=$

не обоснована формула

$= 2^2+3^2+4^2+5^2+\ldots+2022^2-2021 = \left(\frac{2022\cdot 2023\cdot 4043}{6}-2021-1\right)$ (по сумме квадратов первых n чисел).

$= 337\cdot 2023\cdot 4043-2022 = 1362491\cdot 2023-2022 = 2756319293-2022$

$= 2756317271$

Ответ: 2756317271 ~~способов~~ троек.

$\mp$

Бланк ответов

Задание 5

Рассмотрим таблицу 8x8.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	9	10	11	12	13	14	15	16
3	17	18	19	20	21	22	23	24
4	25	26	27	28	29	30	31	32
5	33	34	35	36	37	38	39	40
6	41	42	43	44	45	46	47	48
7	49	50	51	52	53	54	55	56
8	57	58	59	60	61	62	63	64

В данной таблице числа расставлены по порядку, но Петя должен ~~как~~ бы был расставить эти числа так, чтобы Васе было максимально невыгодно ходить.

Но так как Вася может выбрать любую клетку, в которой Петя поставил число, то он будет выбирать клетку с максимальным числом, после чего двумя ходами возьмёт максимальную сумму из предложенных для его хода 15+7 = 22 клеток (на первом ходу ему доступно 15 клеток, где бы не стояла ладья, на втором также 15, но с учётом новых семи.)

То есть, ~~за~~ ладья двумя своими ходами может „прийти" в любую клетку доски. При самом худшем случае расположения чисел для Васи.

64 „окружена" числами от 1 до 15, причём в 63 можно „прийти" лишь через 1. Сумма, если Вася так сходит: 64+1+63 = 128

Если же Вася сходит в число 15, а затем, так как в семи „новых" для Васи клетках не могут находится числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 64, то там, по крайней мере, ~~существуют числа~~ существует число, большее, чем 15+7-1 = 21, то есть, 22

И итоговая сумма чисел Васи при такой игре: 64+15+22 = 101 < 128

Тогда гарантированная максимальная сумма это 128. Можно больше

Ответ: 128.