ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802863344063

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия УМАРОВА

Имя ЗАРИНА

Отчество ЗОКИРЖОНОВНА

Дата рождения 12 08 2005

Город участия НОВОСИБИРСК

Аудитория 5

Телефон +79059363137

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802863344063

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Новосибирск

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	7	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	7	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 27

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

[illegible]

Бланк ответов

Задание 4.

По условию: $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$ и $m,n,k\in\mathbb{N}$

Можно сделать вывод, что $\sqrt{k}$ и $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ должны являться натуральными числами. Чтобы найти количество троек чисел m, n и k нужно умножить количество возможных значений m на количество возможных значений n и на количество возможных значений k.

Можно заметить, что одному значению $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ соответствует только одно значение m, т.к. $m=2023-\sqrt{n+\sqrt{k}}$. Аналогично с n: одному значению $\sqrt{k}$ соответствует только одно значение n, т.к. $n+\sqrt{k}$ = натуральное число.

Отсюда следует, что искомое количество троек чисел m, n и k равно:

невеРНО

$1\times1\times$(количество возможных значений k) = количество возможных значений k

Т.к. m,n и $k\in\mathbb{N}\Rightarrow$ минимальное значение $k=1$. Чтобы найти максимальное значение k, мы должны найти максимальное значение $\sqrt{n+\sqrt{k}}$, а оно равняется 2022, т.к. $m\in\mathbb{N}$ и его минимальное значение $=1$. (т.е. $1+2022=2023$)

Получается новое уравнение $n+\sqrt{k}=2022^2$. Т.к. $\sqrt{k}$ должен быть натуральным числом $\Rightarrow$ max. значение $\sqrt{k}=2021^2$, значит max. значение $k=2021^4$.

$k=\{1^2;\ 2^2;\ 3^2;\ \dots;\ 2021^4\}$, т.е. количество возможных значений $k=2021^4=$
$=4084441^2=16682664282481$

невеРНО

Ответ: количество троек натуральных чисел m, n и k равно 16682664282481

Задание 5.

Если Петя заполняет таблицу числами в совершенно неопределённом порядке, тогда максимальная гарантированная сумма равна $1+2+3=6$

Пример: произвольное заполнение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8
28	29	30	31	32	33	34	9
27	48	49	50	51	52	35	10
26	47	60	61	62	53	36	11
25	46	59	64	63	54	37	12
24	45	58	57	56	55	38	13
23	44	43	42	41	40	39	14
22	21	20	19	18	17	16	15

Чтобы найти минимальную сумму, нужно наступать на клетки с минимальным числом. Тогда пусть ладья стоит на 1 (1 - минимальное число среди всех 64 чисел). После ~~этого~~ он должен сделать ход на новое минимальное число (от 2 до 64) и это 2. Аналогично с 3, т.е. ~~минимальная~~ максимальная гарантированная сумма равна $1+2+3=6$

Ответ: 6 Можно больше

Задание 1.

Методом подбора мы подбираем наибольшее палиндромическое число так, чтобы оно было приближено к 2021 и чтобы сумма его и других палиндромических чисел равнялась 2021.

Возьмём наибольшее палиндромическое число, приближенное к 2021 и лежащее в промежутке от 10 до 2021: 2002, тогда сумма оставшихся чисел равна $2021 - 2002 = 19$. Мы не сможем найти такие палиндромические числа, сумма которых равна 19. ✓

Аналогично, если мы берём за наибольшее палиндромическое число числа 1991, 1881 (у 1991 остаётся сумма 30, у 1881 остаётся сумма 140)

Если взять за наибольшее палиндромическое число число 1771, тогда оставшаяся сумма равна $2021 - 1771 = 250$, в свою очередь ~~число~~ сумму, равную 250, можно получить из суммы палиндромических чисел 151 и 99. Т.е. в итоге получается уравнение $1771 + 151 + 99 = 2021$ пример

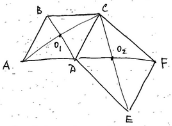
Значит минимальное количество задач, которое может получить студент равно 3.

+

Ответ: 3 задачи.

Задание 2.

Да, существует. Например, многоугольник, составленный из двух параллелограмма:



ABCD − п/г
CDEF − п/г | ABCD и CDEF − не одинаковы

Тогда у многоугольника ABCFED нет центра симметрии, а у параллелограммов ABCD и CDEF − O_1 и O_2 соответственно (точки пересечения их диагоналей)

+

Задача 3.

1-ая арифметическая прогрессия: $a^2; b^2; c^2; d^2$, тогда её можно представить в другом виде: $a^2; a^2+k; a^2+2k; a^2+3k$, где $a^2+k=b^2$; $a^2+2k=c^2$ и $a^2+3k=d^2$, что соответствует определению арифметической прогрессии при $k=\text{const}$.

2-ая арифметическая прогрессия: $\frac{1}{a+b+c}; \frac{1}{a+b+d}; \frac{1}{a+c+d}; \frac{1}{b+c+d}$

Выразим b, c и d через a: $\frac{1}{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k}}; \frac{1}{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k}};$

$\frac{1}{a+\sqrt{a^2+2k}+\sqrt{a^2+3k}}; \frac{1}{\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k}+\sqrt{a^2+3k}}$. Т.к. это арифметическая прогрессия $\Rightarrow \frac{1}{a+b+c}+n=\frac{1}{a+b+d}$ (при $n=\text{const}$). Аналогично с остальными её членами.

Выразим n: $n=\frac{1}{a+b+d}-\frac{1}{a+b+c}=\frac{1}{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k}}-\frac{1}{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k}}=$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k}-a-\sqrt{a^2+k}-\sqrt{a^2+3k}}{(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k})(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})}=\frac{\sqrt{a^2+2k}-\sqrt{a^2+3k}}{(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k})(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})}$$

Также выразим n: $n=\frac{1}{a+c+d}-\frac{1}{a+b+d}=\frac{1}{a+\sqrt{a^2+2k}+\sqrt{a^2+3k}}-\frac{1}{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k}}=$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k}-a-\sqrt{a^2+2k}-\sqrt{a^2+3k}}{(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})(a+\sqrt{a^2+2k}+\sqrt{a^2+3k})}=\frac{\sqrt{a^2+k}-\sqrt{a^2+2k}}{(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})(a+\sqrt{a^2+2k}+\sqrt{a^2+3k})}$$

Приравняем n к n:

$$\frac{\sqrt{a^2+2k}-\sqrt{a^2+3k}}{(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+2k})(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})}=\frac{\sqrt{a^2+k}-\sqrt{a^2+2k}}{(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})(a+\sqrt{a^2+2k}+\sqrt{a^2+3k})}$$

Сократим на $(a+\sqrt{a^2+k}+\sqrt{a^2+3k})$:

$$\frac{c-d}{a+b+c} = \frac{b-c}{a+c+d}$$

$$b^2 - 2c^2 + d^2 - 2ac + ab + ad = 0$$

Продвижений нет

Бланк ответов