ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802756086890

Титульный лист

Направление [x] информатика [ ] история [ ] математика [ ] обществознание [ ] русский язык [ ] физика [ ] химия

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Фамилия КУЛАКОВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 28 04 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 113

Телефон +79002122575

Дата 25 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802756086890

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	00	00	07						
Балл члена жюри №2	25	00	00	07						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 032

Подпись члена жюри №1 Шие

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3.

$0 \operatorname{xor} x = x$ – по определению xor.

Заметим, что $0 \operatorname{xor} 1 \operatorname{xor} 2 \operatorname{xor} 3 \dots \operatorname{xor} (2^n - 1) = 0$. Докажем этот факт:

2 бит ↓ ← 1 бит

000
001
010
011
100
101
110
111

По опред. системы счисления: i бит меняет своё значение раз в 2^{i-1} чисел.

⇓

Значит у чисел от 0 до $2^{i-1}-1$ на i бит $=0$

у чисел от 2^{i-1} до $2^{i-1} \cdot 2 - 1$. i бит $=1$

и.т.д.

утв.1: Значит сумма битов на i позиции чисел от 1 до $2^n - 1$

Если $i \leq 3$ равна $= 2^{n-1}$ – чётное число.

утв.2: Другое определение побитового xor:

x значение на i позиции в ответе $= (\sum$ зн. на i позициях слагаемых$)$

mod 2.

~~из 1 и 2 утв. ⇒~~

Лемма доказана.

~~Если число делится~~

i бит числа n = i биту числа $(n \bmod 2^m)$, если $m \geq i$.

⇓

из предыдущего.

$\Downarrow$

~~xor чисел от 2^n до 2^n+2^m-1, где $m<n$.~~

xor чисел от $(a\cdot 2^n)$ до $a\cdot 2^n+2^m-1$, где $m<n$ $=0$.

т.к. он ~~первых xor~~ xor последних n битов = xor последних n битов чисел от 0 до 2^m-1

другие биты на этом промежутке не изменяются.

~~другое построение~~

Докажем, что xor чисел от 0 до $a = a$ если a-чётно.

Разобьём все xor на несколько отрезков:

от 0 до 2(максимальная степень двойки включая в a. -1)

от $2+1$ до (макс ст двойки вкл в $a(2+1)$)$+2$

и т.д.

Останется последнее это само число a

xor на остальных отрезках $=0$.

Доказано.

$-$

Попытка для кракена:

1) сообщит $n=2$.

получит $f(y)=y=2x+2$ — т.к. $2x+2$ — чёт.

$x=\frac{f(y)-2}{2}$. $x=2$; $y=2x+2=6$, $f(6)=7$ $x=\frac{f(6)-2}{2}$?

Ответ: Кракен может за 1 ход.

№1.

Возьмём l — простое число (их бесконечно)

покрасим в бел: $1; l; l^2; l^3; l^4$...

красные — все остальные.

$т.к\ l \geq 2 \Rightarrow l^k > l^{k-x} + l^{k-y} \Rightarrow Б+Б=К.$

Докажем, что $К \cdot К = К$. От противного

Предположим, что есть $K_1 \cdot K_2 = l^n$

$\Downarrow$

K_1 и K_2 — степени l — Противоречие

Доказано. + 25б

Очевидно, что все такие раскраски различны

[illegible]. т.к. $l_1 = m$, $l_2 = n$ где $n > m$ — без огр. общн.

в 1 раскраске раза m — белая, а в раскраске 2

раза m — красная.

Ответ: существует бесконечное количество.

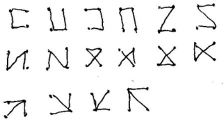
№4.
Представим задачу как граф:
гости — вершины
рёбра — отношения дружбы.

4.1.
Очевидно, что если в графе есть цикл, то можно удалить [illegible] [illegible].
+ 2б

Это
Значит max $= 2n-1$ рёбер (дерево)

№4.1. Ответ: $2n-1$ пар.

№4.2.
Путь несложно перебрать:
Есть 16 вариантов:
+ 5б



Ответ: 16 вариантов.

Бланк ответов