



Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия А К С Ё Н О В

Имя Д А Н И Л А

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 2 5 0 8 2 0 0 6

Город участия П Е Т Р О П А В Л О В С К

Аудитория 1

Телефон 8 7 0 7 6 1 0 4 7 8 0

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия П Е Т Р О П А В Л О В С К

Заполняется организаторами

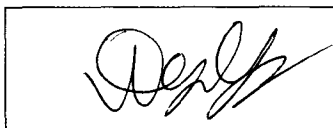
Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1		20	20	20	0					
Балл члена жюри №2		20	20	20	6					

Итоговый балл 63

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 5

(!) $K \in (MN)$

(Шаг 1)

• IE - диаметр в окр. ω_1
 $\angle IKE$ опирается на IE

\Downarrow
 $\angle IKE = 90^\circ$

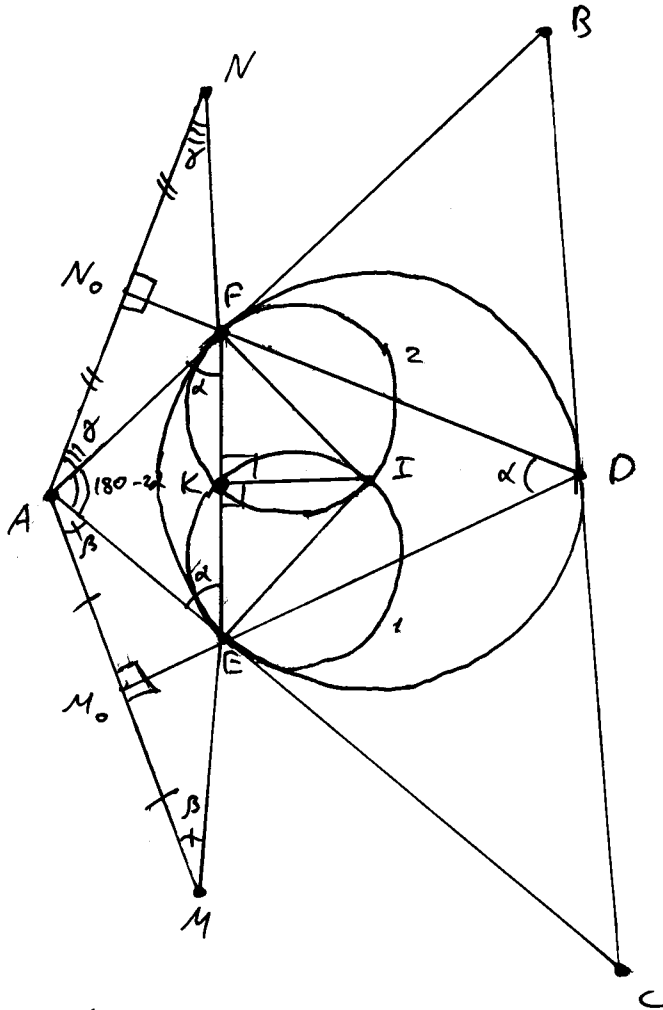
• Аналогично $\angle IKF = 90^\circ$

• $\angle IKE + \angle IKF = 180^\circ$

\Downarrow
 эти углы смежные

\Downarrow
 т. F, K, E лежат на одной прямой.

\Downarrow
 $K \in (FE)$ ✓



(Шаг 2)

• Пусть $\angle EDF = \alpha$
 Тогда $\angle AEF = \angle AFE = \alpha$,
 как углы между хордой и касательной

\Downarrow
 В $\triangle AEF$ $\angle EAF = 180^\circ - (\angle AEF + \angle AFE) = 180^\circ - 2\alpha$ ✓

• По св-вам осевой симметрии и по определению образа точки при симметрии относительно прямой, $\angle AM_0E = 90^\circ$ и $\angle AN_0F = 90^\circ$ (при этом также $AM_0 = MM_0$, $AN_0 = NN_0 \Rightarrow \triangle AM_0E = \triangle MM_0E$ и $\triangle AN_0F = \triangle NN_0F$).

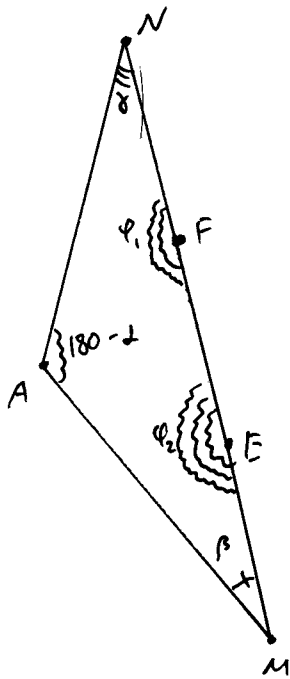
\Downarrow
 $AM_0 \parallel N_0$ - вписанный, т.к. Σ противоположных углов =
 $= \angle AM_0E + \angle AN_0F = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

\Downarrow
 $\angle M_0AN_0 = 180^\circ - \angle EDF = 180^\circ - \alpha$.

• Пусть $\angle EAM_0 = \angle EM_0M = \beta$ и $\angle FAN_0 = \angle FNN_0 = \gamma$.
 Тогда $\angle EAM_0 + \angle FAN_0 = \beta + \gamma = \angle M_0AN_0 - \angle EAF = (180^\circ - \alpha) - (180^\circ - 2\alpha) = \alpha$.

\Downarrow
 $\angle EM_0M + \angle FNN_0 = \beta + \gamma = \alpha$ ✓

• Рассмотрим пятиугольник $AMEFN$:



Известно
 Обозначим $\angle EFN = \varphi_1$, и $\angle FEM = \varphi_2$
 Известно, что $\sum \angle \text{в } AMEFN = 540^\circ$.

$$\Downarrow$$

$$(180 - \alpha) + (\beta + \alpha) + \varphi_1 + \varphi_2 = 540^\circ$$

$$(180 - \alpha) + (\alpha) + \varphi_1 + \varphi_2 = 540^\circ$$

$$180^\circ + \varphi_1 + \varphi_2 = 540^\circ$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 360^\circ.$$

Во пятиугольнике $AMEFN$, очевидно, выпуклый

\Downarrow
 Каждый угол в нём не больше 180°

\Downarrow
 $\varphi_1 = \varphi_2 = 180^\circ$, т.к. если хотя бы один из них меньше 180° , то $\varphi_1 + \varphi_2 < 360^\circ$
 \Rightarrow противоречие.

• $\angle EFN = 180^\circ$ и $\angle FEM = 180^\circ$

\Downarrow
 Прямые (FE) и (MN) совпадают *наоборот*

\Downarrow
 $K \in (FE) = (MN)$

\Downarrow
 $K \in (MM)$

Ч.Т.Д.

~~Задача 4~~

Конечу задание 5

Задача 4

Рассмотрим доску 8×8 и раскрасим её в 4 цвета так, как показано на рисунке:

\downarrow
 A, B, C, D

A	B	A	B	A	B	A	B
C	D	C	D	C	D	C	D
A	B	A	B	A	B	A	B
C	D	C	D	C	D	C	D
A	B	A	B	A	B	A	B
C	D	C	D	C	D	C	D
A	B	A	B	A	B	A	B
C	D	C	D	C	D	C	D

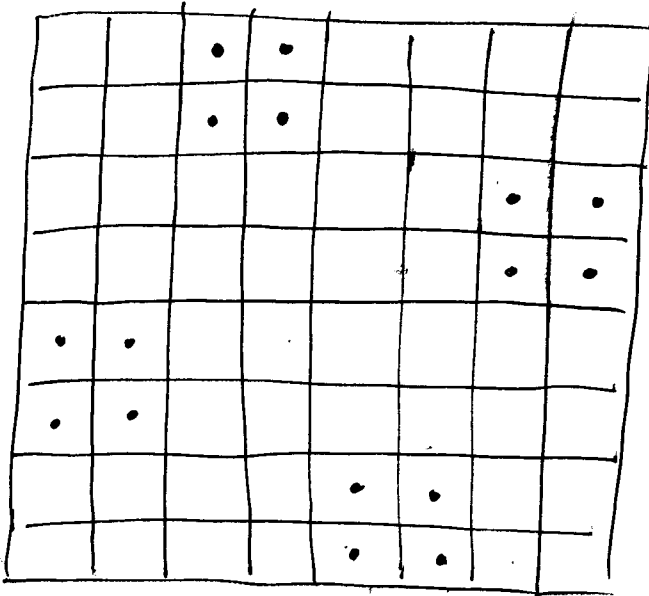
Нетрудно заметить, что раскраска специально выделена так, что если оборотом стоит в клетке цвета X, то он будет только клетки того же цвета.

\Downarrow
 Всех оборотней можно разделить на 4 группы: A-оборотки, B-оборотки, C-оборотки и D-оборотки.

Бланк ответов

Теперь заметим, что каждый оборотень бьет не более 5-и клеток, а клеток каждого цвета ровно $\frac{64}{4} = 16$, так что будет хотя бы $\lceil \frac{16}{5} \rceil = 4$ оборотни в каждой из 4-ех групп (A, B, C, D) \Rightarrow всего не менее $4 \cdot 4 = 16$ оборотней.

Для 16-и оборотней существует пример:



P.S.: точки - это и есть оборотни.

Не трудно проверить, что каждая клеточка бьется одной из оборотней

↓

Ответ: минимальное кол-во оборотней = 16.

Конец задания 4

+

~~По решению к заданию 5~~

~~И задумай и еще 2, эту~~

~~Аналогия~~

~~Альтернативное решение задания 5 там~~

~~Шаг 2:~~

~~• IK - рад. ось окружностей 1 и 2~~

~~• IE \perp AC \Rightarrow AE - кас. к окр. 1~~

~~Аналогично AF - кас. к окр. 2~~

~~• AE = AF как кас. из A ко впис. окр. в $\triangle ABC$ (с центром I)~~

~~$AE^2 = AF^2 \Rightarrow \deg \angle A = \deg \angle A \Rightarrow AE \text{ рад. ось } \neq IK. \Rightarrow (AK) \in (AI) \Rightarrow \angle EAK = \angle FAK = 90^\circ$~~

Задача 2

$(a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \rightarrow 1 - b^2 - c^2 = a^2 + 2abc)$

Распишем первое слагаемое в левой части:

$$a \sqrt{(1 - b^2)(1 - c^2)} = a \sqrt{(1 - b^2 - c^2) + b^2 c^2} = a \sqrt{a^2 + 2abc + b^2 c^2} =$$

$$= a \sqrt{(a + bc) + (abc + b^2 c^2)} = a \sqrt{a(a + bc) + bc(a + bc)} =$$

$$= a \sqrt{(a + bc)^2} = a |a + bc| = a(a + bc), \text{ т.к. } a, b, c > 0 \text{ по ум.}$$

$$a \sqrt{(1 - b^2)(1 - c^2)} + b \sqrt{(1 - c^2)(1 - a^2)} + c \sqrt{(1 - a^2)(1 - b^2)} =$$

$$= a(a + bc) + b(b + ca) + c(c + ab) =$$

$$= a^2 + abc + b^2 + abc + c^2 + abc =$$

$$= (a^2 + b^2 + c^2) + 3abc = (1 - 2abc) + 3abc = abc + 1 \geq 2\sqrt{abc \cdot 1} = 2\sqrt{abc}$$

- каждое из 3-ех слагаемых преобразовали по алгоритму, описанному выше.

$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2abc$

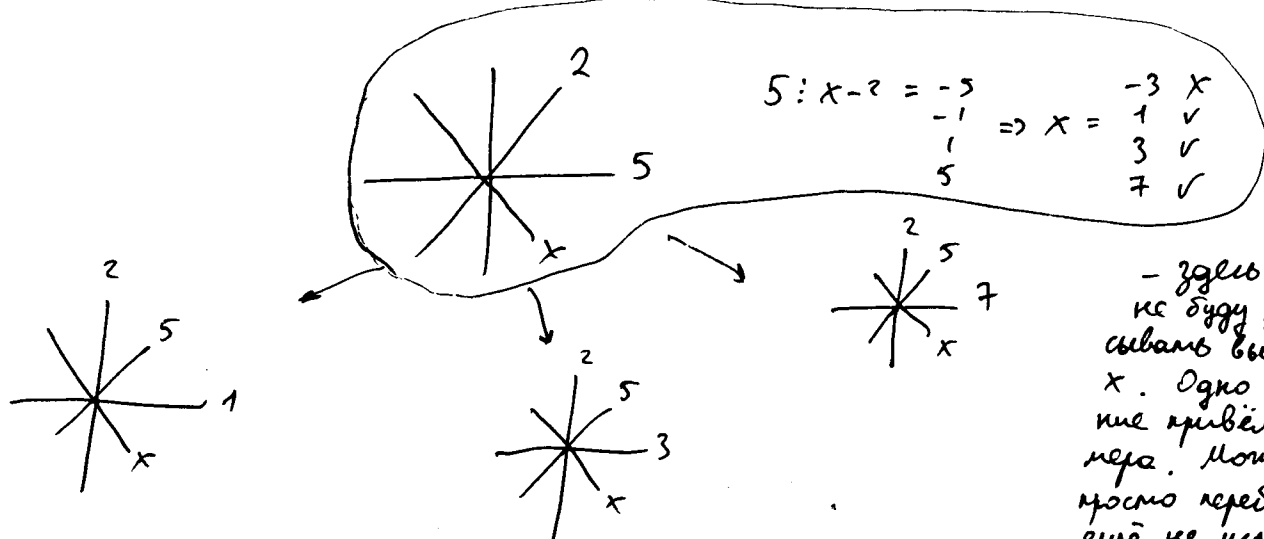
$a + b \geq 2\sqrt{ab}$
 $\forall a, b \geq 0$

и.т.д.

Конец задачи 2

Задача 3

Решим задачу полным перебором, построив дерево вариантов, корни которого являются исходные конфигурации (это числа 2 и 5 стоят рядом). За x (икс) будем обозначать число, позицию, на которую будем подходить число. Число не подходит, если оно не лежит в промежутке $[1; 8]$ или если оно уже использовалось ранее. Листами дерева являются или подходящие конфигурации расстановки чисел по кругу, или варианты, где нет подходящих элементов для x .



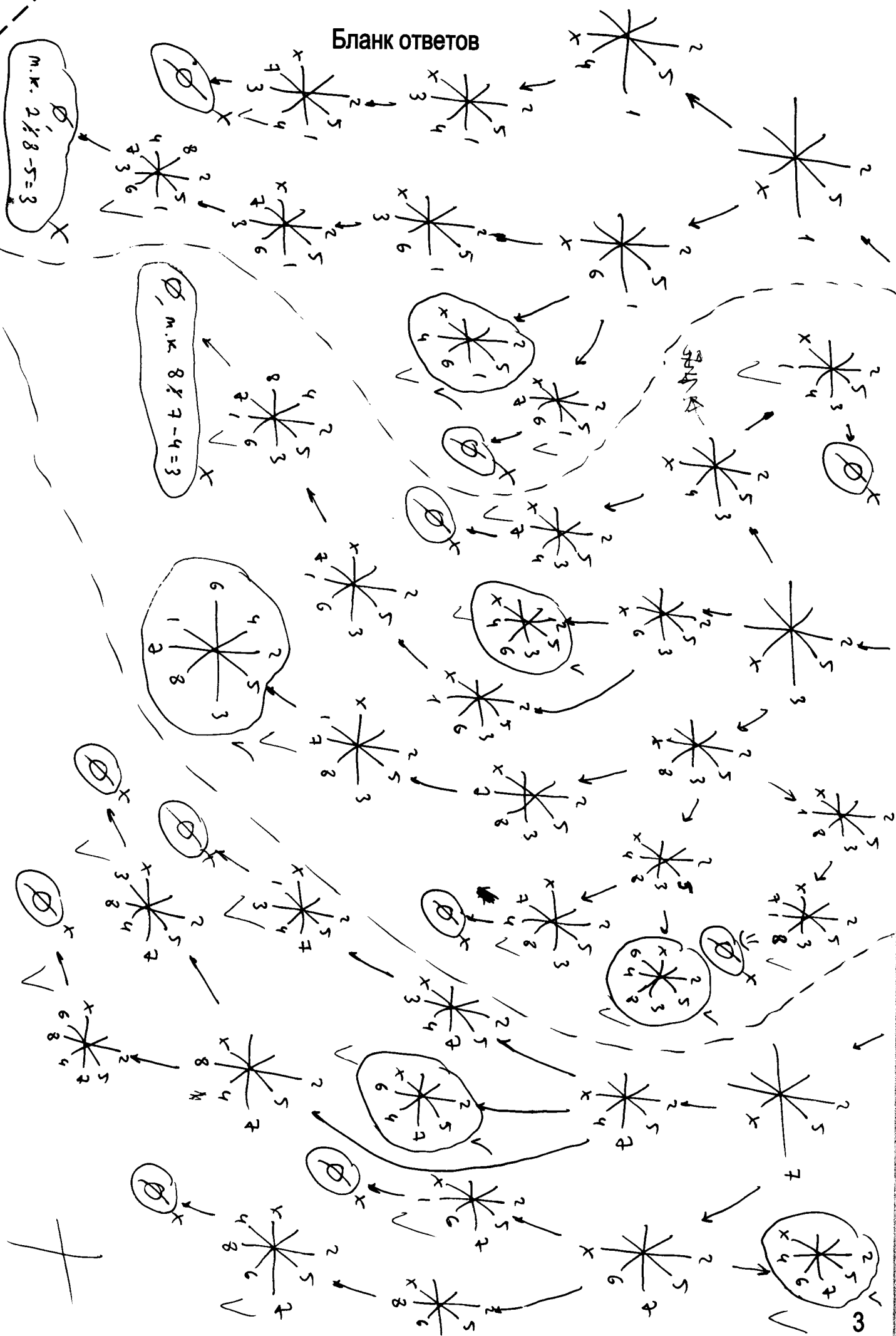
- здесь и далее не буду вычислять вычисления x . Одно вычисление привел для примера. Можно также просто перебирать ещё не использованные числа.

(структура дерева и на шаг отсюда)


Бланк ответов

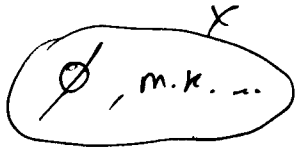
\emptyset , м.к. $2 \times 8 - 5 = 3$

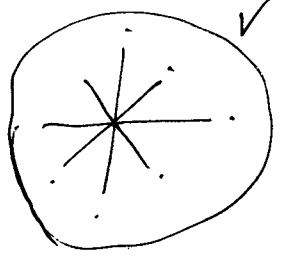
\emptyset , м.к. $8 \times 7 - 4 = 3$



Листья есть трёх видов:

1.  - это значит, что не существует последовательности x для конфигурации, являющейся предком данного листа.

2.  - это значит, что конфигурация ~~предок~~ однозначно определена, но одно из чисел не делится на разность своих соседей.

3.  - это значит, что конфигурация или ~~однозначно~~ однозначно определена (замечим, что во всех таких случаях числа 4 и 6 стоят рядом), или ещё не решена, но числа 4 и 6 уже стоят рядом \Rightarrow если конфигурацию и можно закончить, то числа 4 и 6 будут стоять ~~рядом~~ рядом.



числа 4 и 6 стоят рядом.

~~как~~
и.т.д.

Конец задания 3