ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302265338272

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия САКУНОВ

Имя ГЛЕБ

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 14 05 2006

Город участия КРАСНОЯРСК

Аудитория 3 - 20

Телефон 89516367805

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302265338272

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	–	–					
Балл члена жюри №2	20	20	0	–	–					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1 Заметим, что сумма всех чисел равна $S=\frac{36\cdot 37}{2}=$ $=666$. Тогда если сложить все суммы по горизонталям и все по вертикалям, то получится $2\cdot 666$. За X обозначим наименьшую из 12 наших сумм. Тогда сумму всех наших 12 сумм можно записать в таком виде: $12X+\frac{11\cdot 12}{2}$ и она будет равна $2\cdot 666$. Т.е. мы получили следующее ур-е:

$12x+66=2\cdot 666 \Leftrightarrow 2x=2\cdot 111-11 \Rightarrow x=\frac{2\cdot 111-11}{2}$, а это не целое число, что противоречит нашему условию (ведь сумма целых чисел должна быть целой). Значит, расставить числа в квадрате чтоб выполнялось условие нельзя.

+

Ответ: нет.

№3 Из условия понимаем, что ~~второе~~ число, стоящее рядом с "2" ~~может~~ будет принадлежать следующему множеству: $\{3,4,6,7\}$. Рассм. каждый случай. "3": ~~очевидно~~ вторым числом, стоящим рядом с "3" окажется "1" ("5" и "3" уже использовались в круге) ⇒ "соседями" "1" окажутся "3" и "2". Противоречие. √

"7": аналогично с прошлым случаем отсеиваем ~~не~~ случаи с противоречиями и получаем только один возможный: "2 7 1 6 4 8 3 5" ("6" и "4" рядом, заметим).

"4": также отсеиваем ~~наво~~ подслучаи с противоречиями и получаем один случай: "2, 4 6 .... 5". (какие числа пропущены и существует ли этот случай нам не интересно, главное, что "6" и "4" рядом).

"6": аналогично, с предыдущими случаями, отсеиваем только случай без противоречий: ~~"26374615"~~ "2 6 4 ... 5" (как и в случае "4" нам важно лишь то, что "6" и "4" стоят рядом).

Рассмотрев все случаи видим, что в каждом "6" и "4" стоят рядом. Ч.и т.д.

№2 $a^2+b^2+c^2+2abc=1 \Rightarrow 1-(b^2+c^2)=a^2+2abc$ (1). $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}=$

$=a\sqrt{1-(b^2+c^2)+b^2c^2}=a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2}=a\sqrt{a(a+bc)+bc(a+bc)}=a(a+bc)$ (подкоренное с "+", потому что, из условия, все числа >0). Аналогично: $b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}=b(b+ac)$, $c\sqrt{(1-b^2)(1-a^2)}=c(c+ab)$. Продолжение решения на след. странице.

Значит, неравенство из условия принимает следующий вид: $a^2+b^2+c^2+3abc \geq 2\sqrt{abc} \Leftrightarrow 1+abc \geq 2\sqrt{abc}$.

Пусть $\sqrt{abc}=t$, тогда: $t^2-2t+1\geq 0$ $(t-1)^2\geq 0$ $t\in(-\infty;+\infty)$, т.е. неравенство выполняется при любых ~~пол a,b,c~~ неотриц. (а значит и положительных) a, b и c, удовлетворяющих равенству, данному в условии. Ч. и т. д.

+

Бланк ответов