



## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия ЗАНИН

Имя НИКОЛАЙ

Отчество ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 30 03 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория И-405

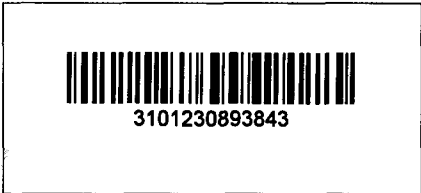
Телефон +79126052070

Дата 05 02 2024

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
Заполняется участниками

**Направление**     информатика     история     математика  
 обществознание     русский язык     физика  
 химия

**Класс**     8     9     10     11

**Город участия**    ЕКАТЕРИНБУРГ

**Заполняется организаторами**


Количество доп. листов                      Количество черновиков к проверке  
 Время выхода с                      :                      до                      :

**Протокол проверки**  
Заполняется жюри


Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	25	00	25						
Балл члена жюри №2	25	25	00	25						

**Итоговый балл** 075

**Подпись члена жюри №1**



**Подпись члена жюри №2**



**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Уши при осн. равно  
равны

$$\sqrt{2} \quad 180 - (45 \cdot 2) = 90 \Rightarrow \Delta C \text{ при осн} = 45 - \pi/4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Суммарная площадь тор} = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} = \frac{a^2 + b^2}{2}$$

$$X = 2a + 2b$$

где  $a$  и  $b$  - длины катетов каждой из 2 тор.

$$X = 4096$$

$$2a + 2b = 4096$$

$$a + b = 2048$$

предположим что  $a = b = 1024 = 2^{10}$

тогда площадь тор будет равна:

$$\frac{(2^{10})^2 + (2^{10})^2}{2} = \frac{2^{20} + 2^{20}}{2} = 2^{19}$$

Заметим, что поот.к  $b = 2048 - a$ , любую комбинацию  $a$  и  $b$ , где  $a \geq b$  можно получить последовательно прибавляя 1 к  $a$  и вычитая 1 из  $b$   $n$  раз  $n \in [0; 1023] \cap \mathbb{N}$ , начиная с  $a = b = 1024$

Докажем методом ~~мат. индукции~~ ~~мат. индукции~~, что для любого  $a \geq b$  площадь тор с катетами  $(a+1)$  и  $(b-1)$  будет ~~больше~~ ~~меньше~~ чем у тор с катетами  $a$  и  $b$ :

$$a + b = 2048 \Rightarrow (a+1) + (b-1) = 2048$$

$$a \geq b \Rightarrow a - b + 1 > 0 \Rightarrow 2a + 1 - 2b + 1 > 0 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 > a^2 + b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{2} < \frac{(a+1)^2 + (b-1)^2}{2}$$

↑ ↑  
Или что иное, как формулы для вычисления суммарной площади тор.

Т.к. формулы для подсчета площади / протяженности тор симметричны, аналогично и для  $b \geq a$  как и для вписанной трапеции.)  $\frac{a^2 + b^2}{2} < \frac{(a-1)^2 + (b+1)^2}{2}$

Значит ~~любо~~ для любого  $a \neq b$ , суммарная площадь тор будет ~~больше~~ ~~меньше~~ чем при  $a_2 = b_2$ ;  $a_2 + b_2 = 2048 = a_1 + b_1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  суммарная площадь тор  $\geq \frac{1}{2} \cdot 2^{18}$

Ответ:  $2^{19}$

⊕ 258

13 Заметим, что каждая фишка может стать в 24 различных  
 местах, значит для 18 различных фишек существует  
 $24^{18}$  стартовых позиций. Однако в пардах все фишки  
 одного цвета одинаковы, значит среди  $24^{18}$  стартовых позиций  
 будет группа одинаковых позиций, размер каждой

14 ~~а~~ а и b взаимно просты,  $a \cdot b = x \Rightarrow$

всех  $x = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \dots p_n \cdot p_{n+1} \cdot p_{n+2} \dots p$

$a = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \dots p_n^{k_n}$

$b = p_{n+1}^{k_{n+1}} \cdot p_{n+2}^{k_{n+2}} \dots p_{n+m}^{k_{n+m}}$

то  $x = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \dots p_{n+m}^{k_{n+m}}$

где p - простые множители, k - степень их вхождения в x  
 Это значит, что красота (кол-во пар a и b)

количеству возможных распределений множителей p<sup>k</sup> между  
 a и b (в т.ч.  $a=x$  и наоборот): 2, т.к. каждой паре  $a=y_1, b=y_2$  соотв.  $a=y_2, b=y_1$  между

т.к.  $b = \frac{x}{a}$  нам достаточно посчитать кол-во возможных a  
 для подсчета красоты, исходя из того, что  
 и подняли на 2, т.к. каждой паре  $a=y_1, b=y_2$  соотв. пара  $a=y_2, b=y_1$

1) так 101 - простое число  $\Rightarrow a \in \{1; \frac{101}{1}\}$

красота (101) =  $\frac{2}{2} = 1$

2) т.к. красота числа равна (кол-во распределений простых множителей,  
 входящих в него между a и b) : 2, то очевидно: тем  
 больше различных простых множителей входят в x, тем красивее  
 x

Значит наибольшего красоту среди чисел  $\leq 1024$  будет

иметь число, равное произведению первых n простых чисел, т.к.  
 оно будет иметь наибольшее кол-во различных простых множителей  
 при наименьшем их произведении (которое равно самому числу).

Найдем по Бинарному поиску!

произведение первых 7 простых чисел  $> 1024$ , т.к.

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 = 1144 > 1024$

первых 4

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210 < 1024$

первых

первых 6:

$5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 = 5005 > 1024$

первых 5:

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310 > 1024$

$2310 > 1024$

первых 4

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210 < 1024$

$210 < 1024$

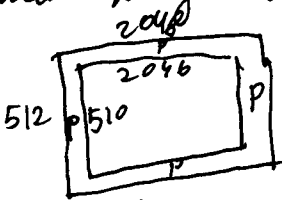
# Бланк ответов

Каждое из чисел 2, 3, 5, 7 может быть множителем  
 2 чисел а или в  $\Rightarrow$  макс. красота =  $\frac{2^4}{2} = 2^3 = 8$

Ответ: 8

⊕ 258

Очевидно, что сумма чисел по периметру таблицы будет  
 равна сумме чисел в клетках во всей таблице — сумма  
 чисел в клетке таблицы  $510 \times 2046$  внутри клеток периметра



~~Сумма чисел во всей таблице и в периметре~~

~~2x2 как всю таблицу, так и периметр 510x2046~~

можно разбить на  $2 \times 2$  квадраты, т.к. все стороны  
 этих таблиц четные. А значит сумма чисел в этих табл. будет  
 равна сумме чисел в этих квадратах  $2 \times 2$ , т.к. известно,  
 что сумма чисел в  $\square 2 \times 2 = 64$ , то

$$P = \frac{512}{2} \times \frac{2046}{2} \cdot 64 + \frac{510}{2} \times \frac{2046}{2} \cdot 64 = 2^6 \left( \frac{2^9}{2} \times \frac{2^{11}}{2} - \frac{(2^9-2)}{2} \times \frac{(2^4-2)}{2} \right) =$$

$$= 2^6 (2^{18} - (2^8-1)(2^{10}-1)) = 2^6 (2^{18} - 2^{18} + 2^8 + 2^{10} + 1) = 2^6 (2^8 + 2^{10} + 1) = 2^{14} (2^2 + 1) + 2^6 =$$

$$2^{14} \cdot 5 + 2^6 = 2^6 (2^8 \cdot 5 + 1)$$

Ответ:  $2^6 (2^8 \cdot 5 + 1)$

⊕ 258



# Бланк ответов



