ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101269932882

# Титульный лист

**Направление** ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

**Фамилия** ТОКАРЬ

**Имя** АРТЁМ

**Отчество** СЕРГЕЕВИЧ

**Дата рождения** 04 02 2009

**Город участия** ЧЕБОКСАРЫ

**Аудитория** 205

**Телефон** 89278254850

**Дата** 05 02 2024 **Подпись**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101269932882

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление** ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

**Город участия** ЧЕБОКСАРЫ

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 24 | 00 | 00 | 06 | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 24 | 00 | 00 | 06 | | | | | | |

**Итоговый балл** 030

**Подпись члена жюри №1** Ито

**Подпись члена жюри №2** Шаб

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

1 Вариант

Найдём сумму всей таблицы $S_1$:

$$S_1 = \frac{512\cdot 2048}{2\cdot 2}\cdot 64 = 512\cdot 2048\cdot 16$$

Найдём сумму таблицы без её „периметра" $S_2$:

$$S_2 = \frac{(512-2)(2048-2)}{2\cdot 2}\cdot 64 = 510\cdot 2046\cdot 16$$

Сумма периметра $S_3$ будет равняться разности этих сумм:

$$S_3 = S_1 - S_2 = 512\cdot 2048\cdot 16 - 510\cdot 2046\cdot 16 =$$
$$= 16\left((510+2)(2046+2) - 510\cdot 2046\right) =$$
$$= 16\left(510\cdot 2046 + 2\cdot 510 + 2\cdot 2046 + 2\cdot 2 - 510\cdot 2046\right) =$$
$$= 16(1020 + 4092) = 16\cdot 5112 = 81792$$

+. 2б

Ответ: 81792

Задание 2

1. Уточнение: если длина одной стороны горы целое число (в условии это не сказано), то:

Мы можем нарисовать одну гору (большую) за другой, причём одна из сторон этих гор будут на одной прямой; тогда сторона большего треугольника будет равняться $L$, а меньшего — $l$, причём $L > l$, тогда:


$$l\cdot 2 + L\cdot 2 = 4096$$

$l + L = 2048 \Rightarrow L > 1024$, но $L$ должен быть минимальным, поэтому $L = 1025$; $l = 1023$. Итак, площадь будет равняться:

Ответ:

$$S = \frac{1}{2}\cdot L^2 = \frac{1}{2}\cdot 1025^2 = \frac{1}{2}\cdot 1050625 = \boxed{525312{,}5}$$

− 0б

Так же этот треугольник ($l$) можно нарисовать внутри; площадь не изменится. Если длины будут равны ($l = L$), то одного треугольника не будет видно. Если горы будут стоять последовательно — площадь будет больше. Ответ: 525312,5

Задание 3

~~Рассмотрим строку длиной с позициями „перегородок"~~

~~① Если нам нужна 1 группа, то таких вариантов - 1. Вариантов расстановки в группе - 24. Итого: 24~~

~~② Если нам нужно 2 группы, то таких вариантов - 8+1 9. Вариантов расстановки - 24·23, но когда мы поделим на 2 равные части (9+9), то 12·23 вариантов. Итого:~~

~~$24\cdot 23\cdot 8+12\cdot 23\cdot 1=4692$~~

~~③ 3 перегородки. Вариантов выбора групп.~~

Всего вариантов без повтора - $24^{18}$. Теперь рассмотрим повторы:

① Кол-во выборов 1 ячейки - $24 \mid \cdot 1 = \underline{24}$

② Двух - $\frac{24\cdot 23}{2} = 12\cdot 23 = 276 \mid \cdot 9$

③ Трёх - $\frac{24\cdot 23\cdot 22}{6} = 4\cdot 23\cdot 22 = 88\cdot 23 = 2024 \mid \cdot$

④ Четырёх - $\frac{24\cdot 23\cdot 22\cdot 21}{24} = 23\cdot 22\cdot 21 = 10626$

⑤ Пяти: $\frac{24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20}{120} = 4\cdot 23\cdot 22\cdot 21$

⑥ Шести: $\frac{24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{720} = 4\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot \frac{19}{6} = 2\cdot 23\cdot 22\cdot 7\cdot 19$

⑦ Семи: $14\cdot 23\cdot 22\cdot 19\cdot \frac{18}{7} = 2\cdot 23\cdot 22\cdot 19\cdot 18$

⑧ Восьми: $2\cdot 23\cdot 22\cdot 19\cdot 18\cdot \frac{17}{8} = 23\cdot 11\cdot 19\cdot 9\cdot 17$

⑨ Девяти: $23\cdot 11\cdot 19\cdot 9\cdot 17\cdot \frac{16}{9} = 23\cdot 11\cdot 19\cdot 17\cdot 16$

⑩ Десяти $23\cdot 11\cdot 19\cdot 17\cdot 16\cdot \frac{15}{10} = 23\cdot 11\cdot 19\cdot 17\cdot 8\cdot 3$

⑪ Одиннадцати: $23\cdot 11\cdot 19\cdot 17\cdot 8\cdot 3\cdot \frac{14}{11} = 23\cdot 19\cdot 17\cdot 8\cdot 3\cdot 14$

⑫ Двенадцати: $23\cdot 19\cdot 17\cdot 8\cdot 3\cdot 14\cdot \frac{13}{12} = 23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 14\cdot 13$

⑬ Тринадцати $23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 14\cdot \frac{12}{13} = 23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 14\cdot 12$

⑭ Четырнадцати: $23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 14\cdot 12\cdot \frac{11}{14} = 23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 12\cdot 11$

⑮ Пятнадцати: $23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 12\cdot 11\cdot \frac{10}{15} = 23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 4\cdot 11\cdot 2$

⑯ Шестнадцати: $23\cdot 19\cdot 17\cdot 4\cdot 4\cdot 11\cdot 2\cdot \frac{9}{16} = = 23\cdot 19\cdot 17\cdot 11\cdot 9$

⑰ Семнадцати: $23\cdot 19\cdot 17\cdot 11\cdot 9\cdot \frac{8}{17} = 23\cdot 19\cdot$ [illegible] $\cdot 11\cdot 9\cdot 8$

⑱ ~~Девятнадцати~~ Восемнадцати: $23\cdot 19\cdot 11\cdot 9\cdot 8\cdot \frac{7}{18} = 23\cdot 19\cdot 11\cdot 4\cdot 7$

# Бланк ответов

Задание 4

① Разложим число 101 на простые множители:

$101 = 1 \cdot 101$

Из этого следует, что у 101 имеется только 1 пара натуральных чисел a и b — 1 и 101

Ответ: 1

4б

② Во-первых разложим 1024 на простые множители:

$1024 = 1 \cdot 2^{10}$ – 11 делителей максимум.

Теперь представим „красивое" число в виде простых множителей. Т.к. НОД(a,b) = 1, а $a \cdot b = x$, то:

$x = p_1^1 \cdot p_2^1 \cdot \ldots \cdot p_n^1 \cdot 1$, т.е. число x состоит из простых множителей, степень каждого из которых равна 1 (и только 1), а также 1 (тоже входит в состав числа). Из этого следует, что чтобы найти наиболее „красивое" число нам понадобится такое, в котором как можно больше простых чисел со степенью 1, а именно:

Почему

$x = 1 \cdot 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$ Следующее простое число – 11, но умножив на него, число будет > 1024

Если бы число x имело в составе число с большей степенью > 1, то чисел a и b было бы только 1 вариант (в других НОД > 1).

Итак, мы нашли число x, в котором максимум простых делителей

$x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ Теперь найдем его красоту:

Если a имеет 1 простое: Если a имеет 2 простых: Если a равно 1:

$S_1 = 4$ $S_2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ $S_0 = 1$

! в „подстраивание" под a

Итого „красота" равна:

$4 + 6 + 1 = 11$

Ответ: 11

2б

Бланк ответов