ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302119272659

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11
Фамилия	ПУХА
Имя	ЕКАТЕРИНА
Отчество	НИКОЛАЕВНА
Дата рождения	07 02 2006
Город участия	КОСТАНАЙ
Аудитория	1
Телефон	87782404080
Дата	05 02 2024
Подпись	Rina

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302119272659

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия КОСТАНАЙ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	–	–					
Балл члена жюри №2	20	20	0	–	–					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№ 1

сумма всех чисел от 1 до 36 равна $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

т.е. $S_n = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18 = \left| \begin{array}{r} \times\ 37 \\ 18 \\ \hline +\ 296 \\ 37 \\ \hline 666 \end{array} \right| = 666$

Допустим, что последовательность из 12 чисел, образованных 6 суммами по горизонтали и 6 суммами по вертикали существует. Тогда сумма членов этой арифм. прогрессии будет равна $2 \cdot S_n$ (где S_n - сумма чисел от 1 до 36), т.к. каждое из чисел в таблице будет использовано дважды (по горизонтали и по вертикали)

$\Rightarrow S_k = \frac{a_1 + a_k}{2} \cdot k = 2 \cdot 666$

$\begin{array}{r} \times\ 666 \\ 2 \\ \hline 1332 \end{array}$

- $a_k = a_1 + (k-1)d$
  $d = 1 \quad k = 12 \Rightarrow a_k = a_1 + 11$

- $\frac{a_1 + (a_1 + 11)}{2} \cdot 12 = 1332$

$6(2a_1 + 11) = 1332$

$2a_1 + 11 = 222$

$2a_1 = 211$

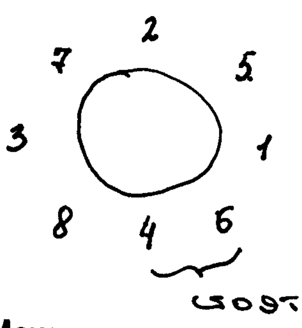
~~$a_1 = 105,5$~~

$a_1 = 105,5$ ← дробное число, которое не могло образоваться при сумме натуральных чисел

Противоречие! ⇒ такая таблица существовать не может

+

№ 3



стоят рядом

- $7-5=2 \quad 2:2$
- $2-1=1 \quad 5:1$
- $6-5=1 \quad 1:1$
- $4-1=3 \quad 6:3$
- $8-6=2 \quad 4:2$
- $4-3=1 \quad 8:1$

- $8-7=1 \quad 3:1$
- $3-2=1 \quad 7:1$

Объяснения для задачи №3

2 и 5 стоят рядом

5 - это простое число, которое делится либо на 1 либо на себя.

т.е. в результате разности с 2 должно получится либо 1, либо 5

этому условию удовлетворяют : 1, 3, 7

- Возьмем 1 (1 случай)

  нет

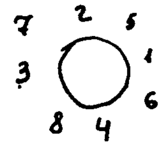
  1 это тоже простое число, которое делится только на себя, значит разность стоящей рядом 5 и след. числа должна быть равна 1. Этому условию удовлетворяют : 6, 4

  - Возьмем 6 (1 случай)

    тогда след число должно быть равно 3 ~ 4 ~ 7

    \+ по условию нам нужна 4. а если нет?

    если мы берем 4, то остальные числа удовлетворяют условию составляют схему:



  - Возьмем 4 (2 случай)

    тогда из ост чисел: 3 6 7 8

    удовлетворять условию будет только 3. И что?

    В этом случае 6 и 4 не стоят рядом

    не подходит!

- Возьмем 7 (2 случай)

  7 - простое число. Делится на 1 или 7. Т.к. одно из чисел разности равно 5, то 7 мы получить не сможем. 1 можно получить, если след. число равно 4 или 6

  \+ • Пусть это будет 4 (1 случай) или 8 уже было

  тогда след число может быть 3 ~ ~~5~~ ~ 6

  соответствует условию

  \+ • Пусть это будет 6 (2 случай)

  тогда след число может быть 1 ~ 4 ~ ~~8~~ → уже было

  соответствует условию

- Возьмем 3 (3 случай)

  → аналогично ?

перебор неполный

так или иначе такой круг существует

№ 2

- $a^2+b^2+c^2+2abc=1$
- $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a\sqrt{1-c^2-b^2+b^2c^2} + b\sqrt{1-a^2-c^2+a^2c^2} + c\sqrt{1-a^2-b^2+a^2b^2} \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a\sqrt{\underbrace{a^2+2abc+b^2c^2}_{\text{замене}}} + b\sqrt{\underbrace{b^2+2abc+a^2c^2}_{\text{замена}}} + c\sqrt{\underbrace{c^2+2abc+a^2b^2}_{\text{замене}}} \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a\sqrt{(a+bc)^2} + b\sqrt{(b+ac)^2} + c\sqrt{(c+ab)^2} \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc \geqslant 2\sqrt{abc}$

$(a^2+b^2+c^2)+3abc \geqslant 2\sqrt{abc}$

$\underbrace{1-2abc}_{\text{зсмене}} + 3abc \geqslant 2\sqrt{abc}$

$1+abc \geqslant 2\sqrt{abc}$

$abc-2\sqrt{abc}+1 \geqslant 0$ пусть $\sqrt{abc}=x$

a, b, c – положительные

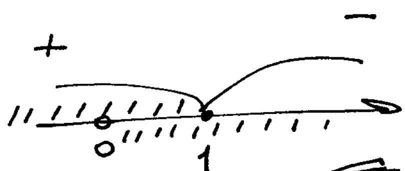
$\Rightarrow abc > 0$

$x^2-2x+1 \geqslant 0$

$x^2-2x+1=0$

$D=4-4=0$

$x=\frac{2}{2\cdot 1}=1$



$\sqrt{abc}=x=1$ $abc=1^2=1$

Выражение имеет смысл при $\sqrt{abc}\in(0;1]$

однако $abc=1$ не имеет смысла, т.к $a^2+b^2+c^2+2\cdot 1=1$

$\underbrace{a^2+b^2+c^2}_{\text{положительное}} \neq -1$