

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Е В К А Р П И Д И

Имя Л Е О Н И Д

Отчество К О Н С Т А Н Т И Н О В И Ч

Дата рождения 2 3 0 2 2 0 0 6

Город участия И Ж Е В С К

Аудитория М Е Д И А - Ц Е Н Т Р

Телефон 8 9 8 8 5 0 4 0 1 7 7

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**  
**Заполняется участниками**

**Направление**     информатика     история     математика  
 обществознание     русский язык     физика  
 химия

**Класс**     8     9     10     11

**Город участия**    И Ж Е В С К

**Заполняется организаторами**

Количество доп. листов                      Количество черновиков к проверке

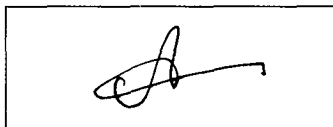
Время выхода с                      13 : 03    до    13 : 06

**Протокол проверки**  
**Заполняется жюри**

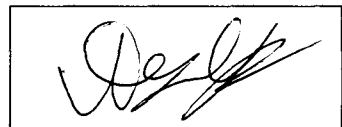
| Номер задания      | 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|----|----|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 20 | 0  | - | - |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 20 | 20 | - | - |   |   |   |   |    |

**Итоговый балл**                      50

**Подпись члена жюри №1**



**Подпись члена жюри №2**



**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



N1

Пусть такое возможно, тогда пусть ~~какая-то~~ в ряду/строке с минимальной суммой, сумма чисел равна  $S$ . Тогда так как всего в сумме 12 столбцов и строк ~~и~~ т.к. <sup>их суммы</sup> являются последовательными числами  $\Rightarrow$  сумма всех чисел в таблице равна  $\frac{S+(S+1)+(S+2)+\dots+(S+11)}{2}$

Т.к. сумма всех сумм чисел в столбцах и строках суммирует все числа таблицы дважды. Так как всего у нас 36 чисел от 1 до 36, то должно быть верно равенство:

$$\frac{S+(S+1)+\dots+(S+11)}{2} = 1+2+\dots+36$$

$$\frac{12S + \frac{1+11}{2} \cdot 11}{2} = \frac{1+36}{2} \cdot 36$$

$$6S + 33 = 37 \cdot 18 \quad | :3$$

$$\frac{2S}{:2} + \frac{11}{:2} = \frac{37 \cdot 6}{:2} \Rightarrow S \notin \mathbb{Z}, \text{ это неверно, так как по условию все числа целые} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  противоречие, значит такое невозможно.

Ответ: Нельзя. †

№ 3

Пусть 4 и 6 не стоят рядом.  
 Рассмотрим числа соседние с числом 2 и с числом 5:

(a) (2) (5) (b) , где  $a, b \in [1; 8]$  и  $a, b \in \mathbb{N}$

2:  $|a-5| \Rightarrow a=6$  или  $a=7$  или  $a=4$  или  $a=3$

5:  $|b-2| \Rightarrow b=7$  или  $b=3$  или  $b=1$

Рассмотрим каждый  $a$  и укажем возможные значения  $b$  при этом:

Потеряна ветка

①  $a=6$ :

(x) p (b) (5)

(6) (2) (5) (b)

6:  $|x-2| \Rightarrow x=8$  или  $x=4$  или  $x=3$  или  $x=1$

$x \neq 4$ , т.к. 4 и 6 не стоят рядом по предположению

1) Тогда если  $x=8 \Rightarrow 8: |6-p| \Rightarrow p=7$  или  $p=4$

Если  $p=7$ , то  $7: |8-t| \Rightarrow t=1$  и тогда  $1: |7-s| \Rightarrow$

$\Rightarrow s=8$  или  $s=6$ , но 8 и 6 уже есть в кругу  $\Rightarrow$  невозможно.

2) Если  $x=3$ :

Если  $p=4$ :

$4: |t-8| \Rightarrow t=7$ ;  $7: |s-4| \Rightarrow s=5$ ;  $3: |b-7| \Rightarrow b=8$

~~3: |6-p| \Rightarrow p=7~~

~~7: |t-3| \Rightarrow t=4~~

~~4: |s-7| \Rightarrow s=8 или s=6 или s=1~~

( $s \neq 6$  по предп.)

~~Тогда  $b=1$  (из оставшихся)~~

$\Rightarrow s=8$ , но тогда  $8: |t-6|$

т.к.  $b=7$  или  $b=3$  или  $b=1$   
(по док. ранее)

$8: 3$ -неверно  $\Rightarrow 8: 3 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow a \neq 6$

②  $a=7$ :

p (7) (5)

(x) (b)

(7) (2) (5)

7:  $|x-2| \Rightarrow x=3$  или  $x=1$

1)  $x=3$  и тогда  $b=1$ :

1:  $|s-5| \Rightarrow s=4$  или  $s=6$  или  $s=8$ , Потеряно 2 ветки

3:  $|p-7| \Rightarrow p=8$  или  $p=4$  или  $p=6$

(1)  $p=8$ :

~~8:  $|3-t| \Rightarrow t=4$~~

~~Тогда  $s=6$ , но тогда 6 и 4 рядом  $\Rightarrow p \neq 8$ .~~

(2)  $\exists p=4:$

~~$4: |t-3| \Rightarrow t=1$~~  ~~но  $b=1 \Rightarrow p \neq 4$~~

~~$1: |4-s| \Rightarrow s=3$  или  $s=5$ , но  $3$  и  $5$  уже в кругу  $\Rightarrow$~~

$\Rightarrow p \neq 4$

(3)  $\exists p=6:$

$6: |t-3| \Rightarrow t=1$ , но  $b=1 \Rightarrow p \neq 6$

~~$1: |6-s| \Rightarrow s=5$  или  $s=7$ , но  $5$  и  $7$  уже в кругу  $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow p \neq 6 \Rightarrow x \neq 3$~~

2)  $\exists x=1 \Rightarrow b=3:$

$1: |7-p| \Rightarrow p=8$  или  $p=6$  ~~но~~

(1)  $\exists p=8:$

$8: |1-t| \Rightarrow t=5$  или  $t=3$  или  $t=2$ , но  $5$  и  $2$  уже в кругу, а  $b=3 \Rightarrow p \neq 8$ .

(2)  $\exists p=6:$

$6: |t-1| \Rightarrow t=4$  или  $t=2$  или  $t=3$  или  $t=7 \Rightarrow p \neq 6 \Rightarrow$   
(но рядом нет) (уже в кругу) (но  $b=3$ ) (уже в кругу)

$\Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow a \neq 7$

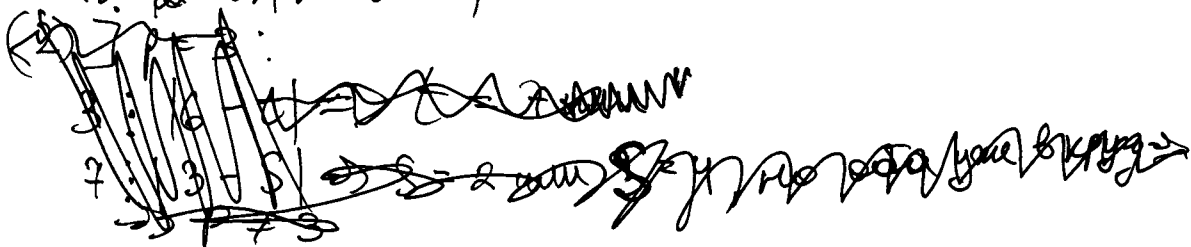
(3)  $a=4:$

$4: |x-2| \Rightarrow x=6$  или  $x=3$  или  $x=1$

1)  $\exists x=6 \Rightarrow 6$  и  $4$  рядом  $\Rightarrow$  не подходит

~~$6: |p-4| \Rightarrow p=7$  или  $p=5$  или  $p=3$  или  $p=1$~~

~~$7: |6-t| \Rightarrow t=5$  но  $5$  уже в кругу  $\Rightarrow p \neq 7$~~



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \quad ; \quad a, b, c > 0$$

$$a^2 + b^2 = 1 - 2abc - c^2$$

$$(1-a^2)(1-b^2) = 1 - b^2 - a^2 + a^2b^2 = 1 + a^2b^2 - (a^2 + b^2) =$$

$$= 1 + a^2b^2 - 1 + 2abc + c^2 = (ab+c)^2$$

$$a^2 + c^2 = 1 - 2abc - b^2$$

$$(1-c^2)(1-a^2) = 1 - a^2 - c^2 + a^2c^2 = 1 + a^2c^2 - (a^2 + c^2) =$$

$$= 1 + a^2c^2 - (1 - 2abc - b^2) = 1 + a^2c^2 - 1 + 2abc + b^2 = (ac+b)^2$$

$$b^2 + c^2 = 1 - 2abc - a^2$$

$$(1-b^2)(1-c^2) = 1 - c^2 - b^2 + b^2c^2 = 1 + b^2c^2 - (b^2 + c^2) =$$

$$= 1 + b^2c^2 - (1 - 2abc - a^2) = 1 + b^2c^2 - 1 + 2abc + a^2 =$$

$$= (bc+a)^2$$

Тогда:

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = a\sqrt{(bc+a)^2} + b\sqrt{(ac+b)^2} +$$

$$+ c\sqrt{(ab+c)^2} = a(bc+a) + b(ac+b) + c(ab+c) \quad \text{т.к. } a, b, c > 0 \text{ по усл.}$$

$$= abc + a^2 + abc + b^2 + abc + c^2 = 3abc + b^2 + c^2 + a^2$$

т.к.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow 3abc + b^2 + c^2 + a^2 = abc + 1$

Тогда осталось док-ть, что:

$$abc + 1 \geq 2\sqrt{abc} \quad , \quad \text{т.к. обе части положительны, возведем в квадрат:}$$

$$a^2b^2c^2 + 2abc + 1 \geq 4abc$$

$$a^2b^2c^2 - 2abc + 1 \geq 0$$

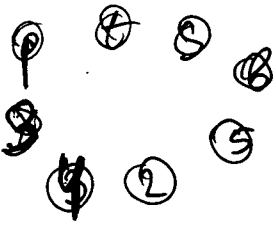
$(abc-1)^2 \geq 0$  - верно при любых  $a, b, c$  удовлетворяющих условию

ЧТД.  $\Rightarrow$  изначальное нер-во верно. Заданн.  $\Rightarrow$

Продолжение кошаера 3:

~~3)  $\exists p = x$ :~~  
 ~~$x : |6 - t| \Rightarrow t = 7$~~   
 ~~$7 : |1 - s| \Rightarrow s = 8$~~   
 ~~$8 : |7 - b| \Rightarrow b = 6$  или  $b = 2 \Rightarrow b = 3$~~   
~~( $x \neq 6$ )~~

2)  $x = 3$ :



~~3 : |4 - p| \Rightarrow p = 1 или p = 7~~

(1)  $\exists p = 1$ :

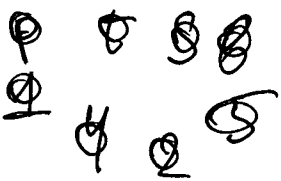
~~1 : |t - 3| \Rightarrow t = 4 или t = 2, но оба уже в кругу. \Rightarrow~~  
 $\Rightarrow p \neq 1$

(2)  $\exists p = 7$ :

~~7 : |t - 3| \Rightarrow t = 2, но 2 уже в кругу. \Rightarrow~~

$\Rightarrow p \neq 7 \Rightarrow x \neq 3$

3)  $x = 1$ :

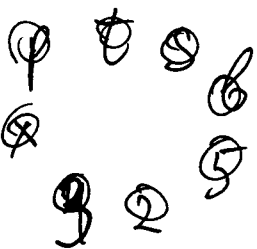


~~1 : |4 - p| \Rightarrow p = 3~~

~~3 : |t - 1| \Rightarrow t = 2 или t = 4, но оба уже в кругу. \Rightarrow~~

$\Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow a \neq 4$

4)  $a = 3$  - последний возможный вариант:



~~3 : |x - 2| \Rightarrow x = 1~~

номер на одну больше

~~1 : |p - 3| \Rightarrow p = 4~~

~~4 : |t - 1| \Rightarrow t = 2 или t = 3 или t = 5 \Rightarrow~~  
 (уже в кругу) (уже в кругу) (уже в кругу)

$\Rightarrow a \neq 3 \Rightarrow$  если 4 и 6 не стоят рядом,

то невозможен круг, где каждое число кратно разности соседей  $\Rightarrow$  4 и 6 должны стоять рядом, чтобы угл. выполнялась. ЧТА. см



