



ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



3101863099663

Титульный лист

Направление Естественные науки Инженерные науки
 Математика и информатика Социальные и
 Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок 1 2 3 4 5

Курс 1 2 3 4 5 отсутствует

Фамилия К А Ш И Р С К И Й

Имя М А Р К

Отчество Э Д У А Р Д О В И Ч

Дата рождения 3 0 0 7 2 0 0 3

Город участия Б А Р Н А У Л

Аудитория 3 0 4

Телефон 8 9 8 3 1 8 6 7 7 7 3

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



ИНВАРИАНТНАЯ ЧАСТЬ

1) Докажите, что Лиса беск. много раз откусила от каж. куска

Всего лиса затратила 2 минуты на откусывание, рассмотрим как она тратила время на каждой итерации: $V + 8$

$$1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{8} + 0 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

Из курса математического анализа известно, что

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 2. \text{ ИТАК, ДОКАЗАЛИ, ЧТО ЛИСА СДЕЛАЛА } \infty \text{ ИТЕРАЦИЙ}$$

ОТКУСЫВАНИЯ, А СЛУ ТУГО, ЧТО ЕЙ НА ЭТО ХВАТИТ 2 МИНУТ

2) Сколько сыра осталось лисе?

Исследуем $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. $b_n = \frac{2}{n(n+2)}$ Заметим, что $b_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$ Рассмотрим первые члены ряда

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \\ & - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ кг. } \checkmark \\ & +20 \end{aligned}$$

3) Сколько сыра осталось каждому

1. Рассмотрим медведя с куском M_1 . Ему осталось:

$$M_1 - (b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{2n+1}) = M_1 - \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \dots\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty}$$

$$M_1 - 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = M_1 - 1 = 3 \text{ кг} - \text{ у 1го медведя} \quad \text{ИТОГ: } \underline{+20 + 8 = 28 \text{ кг}}$$

2. Всего лиса съела 1.5 кг \Rightarrow 0.5 кг от куска 2 \Rightarrow 2.5 кг - у 2го медведя

4). Да, может. Пример рассмотрен выше. ЧЕГ, НЕ МОЖЕТ



ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ. Блок 4

15-05-23

1. Алгоритм работы двигателей космического корабля
 Для поиска оптимального пути и минимизации расходов топлива, будем решать задачу методом динамического программирования.

1. Условимся считать начальное положение корабля началом системы координат

2. Изначально направим корабль вдоль оси Oy

3. Создадим ~~массив~~ ~~массив~~ др. Размеров m, n, k , где (m, n, k) - координаты точки назначения по (x, y, z) соот.

Инициализируем все его клетки значением INT_MAX

Массив др будет хранить стоимости (затраты топлива) на перемещение из начальной точки.

4. Будем поддерживать ~~вектор~~ вектор текущего направления.

Изначально будет равен $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Назовем его \vec{v}

5. Вездем понятие стоимости на перемещение в направлении \vec{u} .

1) Если $\vec{v} = \vec{u}$, то $c = 0$ c - стоимость пер.

2) Если \vec{v} и \vec{u} отл. в 1 координате, то $c = 2$ (импульс на начало и на конец, поворота и 1 блок)

3) Если \vec{v} и \vec{u} отл. в 2 коорд, то $c = 4$

$\vec{u} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ - нет такого направления

6. Зададим нач. значения: $dr[x][0][0] = 2 + x \quad \forall x < m$

$dr[0][0][z] = 2 + z \quad \forall z < k$

$dr[0][y][0] = y \quad \forall y < n$



Бланк ответов

7. Начнем заполнять массив dp по след алгоритму?

$\bar{v} = [0, 1, 0]$ path $\in \{ [0, 0, 0] \text{ for } -in\ range(k) \text{ for } -in\ range(n) \text{ for } -in\ range(m) \}$

for x in range(m):

for y in range(n):

for z in range(k):

$$dp[x][y][z] = \min \left(\overbrace{dp[x-1][y][z] + C(v, v_1)}^a, \right. \\ \left. b - \{ dp[x][y-1][z] + C(v, v_2), \right. \\ \left. c - \{ dp[x][y][z-1] + C(v, v_3) \} \right) + 1$$

if $dp[x][y][z] == a$:

$$\bar{v} = v_1; \text{ path}[x][y][z] = (x-1, y, z)$$

elif $dp[x][y][z] == b$:

$$\bar{v} = v_2; \text{ path}[x][y][z] = (x, y-1, z)$$

else:

$$\bar{v} = v_3; \text{ path}[x][y][z] = (x, y, z-1)$$

Если хотим сохранить путь, то в этих условиях можем сохранять, для этого зададем 3х мерный массив path

Тогда, в $dp[m][n][k]$ будет находиться

минимальное кол-во включений \neq затраты топлива на переключение. (1 ед. топ на марш. движ.)
(1 ед. топ на ман. движ.)

Для восстановления пути из $path[m][n][k]$ будем идти в прошлую точку в соот. с ценами в dp и сохранять путь в массив t

когда достигнем $(0, 0, 0)$ путем до (m, n, k) будет $t[0:-1]$

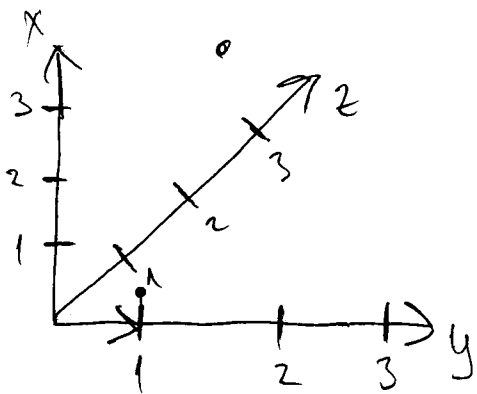
но не учитывает расходы на переключение



Дополнительный лист №1

Пример работы

из $(0, 0, 0)$ хотим в $(3, 3, 3)$



др:

1	4	5
1	3	
3		

4		
	5	

5		
	6	
		7

$(0, 0, 0)$

\downarrow
 $f_1(0, 1, 0)$

\downarrow
 $f_2(0, 1, 1)$

\downarrow
 $f_2(1, 1, 1)$

\downarrow
 $f_1(2, 2, 2)$

\downarrow
 $f_1(3, 3, 3)$

Путь мин.
стоимости

Мин. ЗАТРАТЫ = 7

и т.д.

