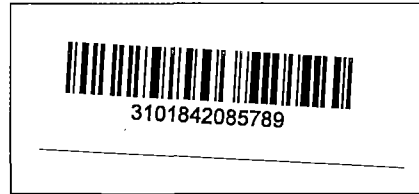




ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА



Титульный лист

Направление Естественные науки Инженерные науки
 Математика и информатика Социальные и
 Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок 1 2 3 4 5

Курс 1 2 3 4 5 отсутствует

Фамилия Т Р Я С Ц И Н

Имя С А В Е Л И Й

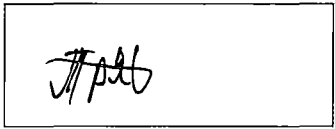
Отчество В А Л Е Р Ь Е В И Ч

Дата рождения 0 1 0 6 2 0 0 5

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 2 0 1

Телефон 8 9 8 2 7 4 3 2 4 2 5

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4 **Подпись** 

**Пример
заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

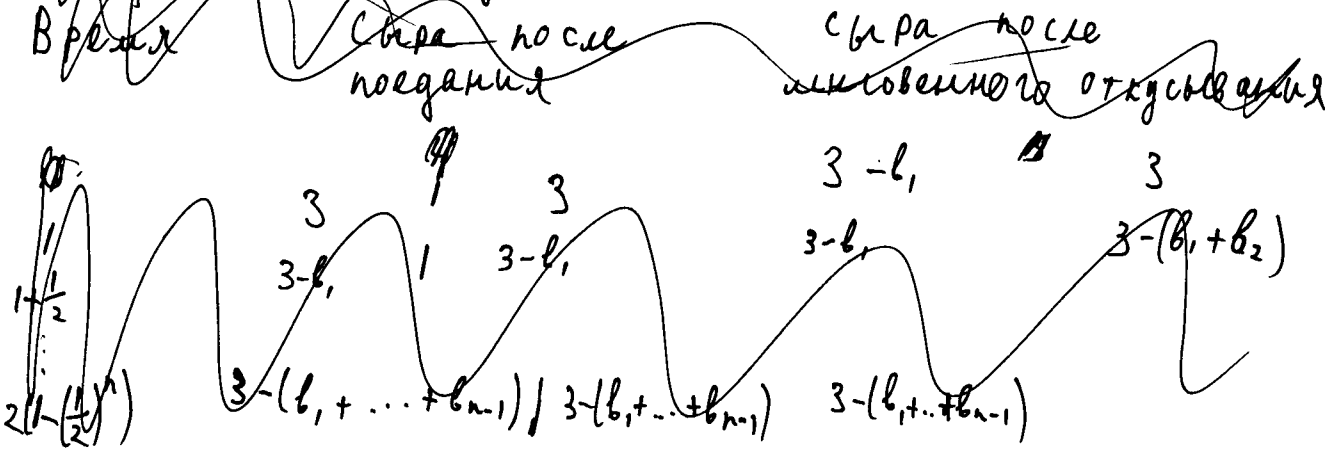


Бланк ответов

N1

1) 0/π: Предположим, что лиса откусила от каждого куска конечное число раз. Т.к. каждый раз она откусывала ~~от~~ за $(\frac{1}{2})^n$ минут ($n=0,1,2,\dots$), итоговое время - сумма геометрической прогрессии: $\frac{1 \cdot (1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot (1 - (\frac{1}{2})^n)$. $1 - (\frac{1}{2})^n < 1 \Rightarrow 2(1 - (\frac{1}{2})^n) < 2$, но по условию лиса остановилась ровно через 2 минуты, и противоречие. +8

2) Составим таблицу



2) Составим таблицу

Время	сыра после поедания	сыра после откусывания
1	3	3 - v ₁
1 + 1/2	3 - v ₁	3 - (v ₁ + v ₂)
1 + 1/2 + 1/4	3 - (v ₁ + v ₂)	3 - (v ₁ + v ₂ + v ₃)
1 + 1/2 + 1/4 + 1/8	3 - (v ₁ + v ₂ + v ₃)	3 - (v ₁ + v ₂ + v ₃ + v ₄)

количество оставшегося сыра зависит от номера захода. Если он четный, куски будут иметь вид $3 - (v_1 + \dots + v_{n-1})$ и $3 - (v_1 + \dots + v_n)$, иначе $3 - (v_1 + \dots + v_n)$ и $3 - (v_1 + \dots + v_{n-1})$.

Лисе же достанется $4 - (3 - (v_1 + \dots + v_n))$ обозначим первый кусок $3 - x$, второй $3 - y$. В итоге лисе достанется $4 - (3 - x) = 1 + x$ и

$$3 - (3 - y) = y. \text{ В сумме } 1 + (x + y) = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (b_k + b_k) + b_n =$$

$$= (1 + b_n) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} b_k. \text{ Т.к. } \text{числа откучили } \text{дескоичко } \text{мново } \text{раз}$$

$$\text{все } \text{число } \text{гостанется } \lim_{n \rightarrow \infty} ((1 + b_n) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} b_k) =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + b_n) + \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \sum_{k=1}^n b_k$$

$$b_n = \frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{n(n+2)}) = 1$$

$$\sum_{k=1}^n (\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}) =$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{3} +$$

$$+ \frac{1}{2} - \frac{1}{4} +$$

$$+ \frac{1}{3} - \frac{1}{5} +$$

$$+ \frac{1}{4} - \frac{1}{6} +$$

$$+ \frac{1}{k-3} - \frac{1}{k-1} +$$

$$+ \frac{1}{k-2} - \frac{1}{k} +$$

$$+ \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k+1} +$$

$$+ \frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}) = 1,5 + 20$$

$$\text{В итоге } \text{число } \text{гостанется } 1 + 2 \cdot 1,5 = 4 \quad \checkmark$$

~~Одному гостанется 1+x~~

3) Пусть n четно, одному гостанется $\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - (b_1 + \dots + b_{n-1}) = 3 - 1,5 = 1,5$,

второму $\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - (b_1 + \dots + b_n) = 3 - 1,5 = 1,5$. Одинаково, четность значения

не имеет

4) Да, $b_n = 0$, первому гостанется 4 , второму 3 , т.к. 1 и 2

~~число не откучит~~

Бланк ответов

Т.к. лиса откусывает сыр, количество, оставшееся медведям ~~не~~ монотонно убывает, в то же время количество сыра не может быть отрицательным, т.е. оно больше либо равно нулю. Т.е. последовательность $z = (v_1, \dots, v_n)$ монотонно убывает и ограничена, значит у неё есть предел (лиса обязана выбирать так, чтобы всё сходилось). Но т.к. $\lim_{n \rightarrow \infty} z = (v_1, \dots, v_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} z - (v_1, \dots, v_n)$, медведи получат сыра поровну. **50**

Блок 2

1) 2×2 : $\begin{vmatrix} a & -a \\ -a & a \end{vmatrix} = 0 \quad \checkmark \quad \text{т.к.}$

2) 3×3 $\begin{vmatrix} a & b & -a \\ -b & c & -b \\ -a & b & a \end{vmatrix} = a(c a + b^2) - b(-b a - b a) + (-a)(-b^2 + a c) =$
 $= 4b^2 a. \quad \checkmark \quad +2$

Нулевая матрица ~~не~~ подходит по условию, значит при

$\forall n \exists A? \quad |A| = 0$

Вообще какие значения может принимать?

(3 балла)



Бланк ответов

